المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتدريب المهني والتقني
الإدارة العامة للتدريب المهني والأهلي
معهد التميز الكندي العالي للتدريب

الفيزياء

المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

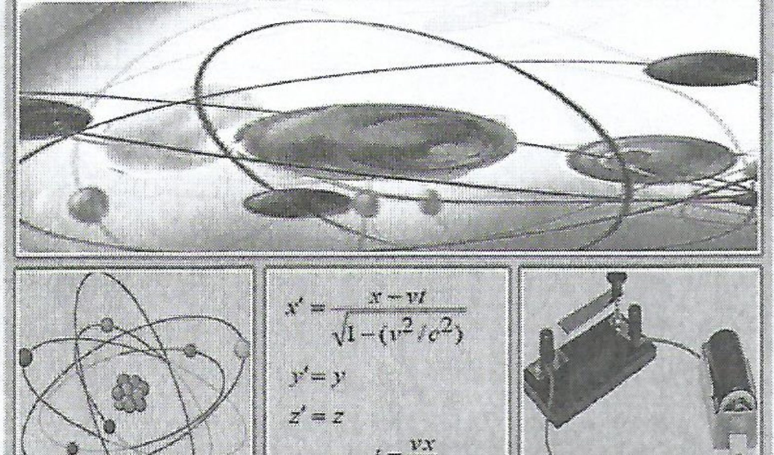
الكليات التقنية

الحقيبة التدريبية:

الفيزياء العامة

١١٥ فيز

لجميع التخصصات



مقدمة

الحمد لله وحده، والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد أولاً على الله ، ثم على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل- بعون الله تعالى- لمصاف الدول المتقدمة.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية الفيزياء العامة لمتدربي الكليات التقنية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله- عز وجلّ- أن تسهم بالشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب يخلو من التعقيد ، مزودًا بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه ؛ إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفهــرس

تمهيد

Introduction

الحمد لله، ربِّ خلقَ الكونَ وسخَّره للكائنات، وخصَّ الإنسان بنعمة العقل كي يستخدمه في التأمل والتفكير، وجعل كل ذلك عمقاً عقائدياً لمعنى التسبيح: ﴿سُبْحَٰنَ ٱلَّذِى سَخَّرَ لَنَا هَٰذَا وَمَا كُنَّا لَهُۥ مُقْرِنِينَ ﴿١٣﴾﴾ [الزخرف: ١٣]، وصلى الله وسلَّم وبارك على معلم البشرية ورافع راية التوحيد، سيد الخلق محمد وعلى آله وصحبه وسلم أجمعين.

هذه حقيبة الفيزياء التجريبية التخصصية لطلبة الكليات التقنية، وهو ترجمة لقرارات الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج في المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني، التي تسعى جاهدةً إلى تنمية القوى البشرية في وطننا الحبيب وإمدادها بكل الخبرات والمهارات الفنية لمواكبة التطور العلمي العالمي.

علم الفيزياء من أهم العلوم التي يدرسها المتدرب خلال مسيرته الدراسية في الجامعات والكليات التقنية والمعاهد التطبيقية، وهذا العلم لا يمكن أن تُفهم نظرياته وقوانينه إلا بمواكبة تجريبية ترسّخ هذه النظريات والقوانين، فهو علم يقوم على الملاحظة والتجربة، لذا لا بد من وضع منهج عملي يتناول التجارب التي تهم المتدرب من خلال دراسته الأولية في الجامعات والكليات التطبيقية، ولقد تم اختيار مجموعة من التجارب ضمن مجالات التخصص للمتدرب في موضوعات الميكانيكا والكهرباء وخصائص المادة والحرارة، والتي تقدم له الفائدة وتعمق لديه أسس الإدراك والفهم المنهجي في تخصصه.

وإننا إذ نقدم هذا الكتاب لأبنائنا المتدربين وزملائنا المدربين، نود أن نؤكد على المسائل الآتية:

١- لا بد من الرجوع إلى مقررات الفيزياء الصادرة عن الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج، وذلك لتحديد المواءمة بين التجارب المطلوب انجازها مع المقررات النظرية لكل تخصص، وذلك لتحقيق القدر المطلوب من الفوائد المتوخاة من مناهج الفيزياء التي يتدرب عليها المتدرب.

٢- لقد تعمدنا الإيضاح والتبسيط واستخدام كل الوسائل المساعدة على ذلك مثل تفصيل المعادلات الرياضية، استخدام الجداول، استخدام الرسوم، استخدام الأمثلة المحلولة، استخدام طريقة الامتحان الذاتي، استخدام اللغة الإنكليزية عند اللزوم بجانب اللغة العربية دون الحاجة إلى مسرد خاص بالمفردات الإنكليزية في نهاية الكتاب، بالإضافة إلى مجموعة

من التمرينات والأسئلة العامة في نهاية كل وحدة دراسية، ونترك لزملائنا المدربين اختيار ما يسمح به الوقت منها.

وأخيراً نأمل أن نكون قد وفقنا في تقديم هذه الحقيبة بصورة مناسبة ومقبولة، آملين من جميع زملائنا المدربين موافاتنا بملاحظاتهم مكتوبة إلى الإدارة العامة للمناهج، كي نستفيد منها في الطبعات القادمة.

وفق الله الجميع لما يحب ويرضى، وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.

الوحدة الأولى

القياسات في الفيزياء

الهدف العام:

أن يتعرف المتدرب على المفاهيم والأفكار والمبادئ الأساسية لعلم القياس في هذه الوحدة، وعلى أسس النظام الدولي الذي يضبط عملية القياس، ويطبق عليها بالتمارين والتجارب.

الأهداف التفصيلية:

١- أن يقرر المتدرب بنفسه أهمية علم القياس في حياتنا العلمية المعاصرة.

٢- أن يتابع نشوء هذا العلم وتطوره.

٣- أن يتنبه إلى الفوائد التي جناها الإنسان من هذا العلم المهم، ولاسيما في دقة ضبط القياس وضرورته في الجانب التقني التطبيقي.

٣- أن يربط بين علم القياس وحكمة الله- سبحانه وتعالى- في تسخير مخلوقات هذا الكون لخدمة الإنسان باعتبارها مصدر الإلهام الإلهي للإنسان في هذا المجال وغيره من المجالات الأخرى.

٤- أن يعلم بأن النظام الدولي للقياس هو لغة عالمية واحدة يفهمها الجميع وله دوره الأساسي في صياغة العلاقات المعبرة عن القوانين الفيزيائية.

٥- أن يجرب بنفسه عملية الربط والتوافق بين وحدات القياس وأبعادها.

٦- أن يميّز بين الكميات الأساسية في النظام الدولي للقياس والكميات المركبة، كي يستفيد منها في دراسته العملية والنظرية.

٧- أن يقوم بحل أسئلة الاختبار الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د) في نهاية الحقيبة.

الوحدة الأولى

القياسات في الفيزياء
Physical Measurements

١- ١ المقدمة Introduction:

إن التعبير عن الكميات في علم الفيزياء لابد أن يكون من خلال الأرقام والوحدات المناسبة، وهو ما يكفي لوصفها وصفاً صحيحاً. كما أنَّ علم الفيزياء لم يكن ليصل إلى ما وصل إليه من دور ريادي في تحقيق الإنجازات العلمية والتقنية لو لم يكن علماً دقيقاً، ذلك أن جميع مسائله النظرية والعملية تحتم علينا التعامل مع كميات مقيسة، ويتم التعبير عنها بدلالة رقم ووحدة قياس مناسبة، متفقٌ عليها ومتوافقة مع الكمية المطلوب قياسها. وهذا ما يقودنا بالضرورة إلى دراسة مسألتين مهمتين وهما:

١- الوحدات (وحدات قياس الكميات البُعدية) measurement units of dimensional quantities.

٢- الأبعاد (أو الأسس الرياضية لوحدات القياس) units dimensions.

وهاتان المسألتان هما مضمون هذه الوحدة التعليمية، إذ أننا سنتقدم من خلالها تعريفاً علمياً لمجمل وحدات القياس المتداولة، وسنوضِّح مفهومها بُعدياً، ونبيّن بعد ذلك ضرورة التوافق بين وحدات القياس وأبعادها، وفوائد كل ذلك في الاستخدامات التطبيقية والنظرية.

١- ٢ وحدات القياس Measurement Units:

وحدات القياس موضوع أساسي في العلوم النظرية والتطبيقية، والوحدات الثلاثة الأساسية: المتر، الكيلوغرام، الثانية، هي وحدات قياس الكميات الثلاثة الأساسية الطول، الكتلة، الزمن، والمتداولة في دراسة علم الميكانيكا، قد تمَّ زيادتها لاستكمال وحدات النظام الدولي للقياس ليكون شاملاً لباقي الفروع العلمية كالكهرباء والديناميكا الحرارية وغيرها، وذلك بإضافة أربع كميات أساسية أخرى وهي: الكلفن، الأمبير، الشمعة، المول، وهي وحدات قياس الكميات الأربع الأساسية الأخرى: درجة الحرارة، التيار الكهربائي، شدة الإضاءة، كمية المادة، ثم تلا ذلك إضافة الراديان كوحدة لقياس الزاوية المستوية والستراديان لأنها وحدة لقياس الزاوية المجسمة. إن هذا النظام هو النظام الدولي للقياس

International System، واختصارا (SI) وذلك عن التعبير الفرنسي System International.

هذا ما قرره المكتب الدولي للمقاييس والموازين بوصفه الجهة الدولية المسؤولة عن هذه العملية، ومقره في مدينة سيفر بالقرب من العاصمة الفرنسية باريس واسمه الكامل International bureau of weight and measures، وهو- دون شك- قد سهّل اعتماد وحدات هذا النظام على مستوى دولي، ليتم استخدامها في الكتب والمراجع العلمية.

والجدول (١- ١) يوضّح وحدات قياس الكميات السبعة الأساسية للنظام بكامله، ويقصد بأساسية: أن جميع وحدات القياس الأخرى تُشتق بواسطتها[1]، وتدخل في تكوين غالبية الوحدات الأخرى. وللوحدات الأساسية المبيَّنة في الجدول (١- ١) وحدتان ملحقتان مكملتان تستخدمان لقياس الزوايا المستوية والزوايا المجسمة، انظر الجدول الملحق (١- ١- أ).

Symbol	الرمز	(SI) Unit	الوحدة	Quantity	الكمية
m	م	meter	المتر	length	الطول
kg	كج	kilogra	الكيلوغرام	mass	الكتلة
s	ث	second	الثانية	time	الزمن
K	ك	kelvin	الكلفن	thermodynamics	درجة الحرارة
A	أمبير	ampere	الأمبير	electric	شدة التيار
cd	الشمعة	candela	الكانديلا	luminous	قوة الإضاءة
mol	مول	mole	المول	amount of substance	كمية المادة

الجدول (١- ١) يبين وحدات قياس الكميات الأساسية للنظام الدولي[1]

Symbol	الرمز	(SI) Unit	الوحدة	Quantity	الكمية
rad	راد	radian	راديان	plane angle	الزاوية المستوية
sr.	ستي راد	steradia	ستراديان	solid angle	الزاوية المجسمة

الجدول (١- ١- أ) يبين الوحدات المكملة للوحدات الأساسية

وقد شاع استخدام ثلاثة أنظمة معيارية في مجال القياسات وهي:

(١) انظر الجدول (٦-١) في الفقرة (٤-١) من هذه الوحدة، ولاحظ أنّ الكميات الأساسية دخلت في تكوين الوحدات المشتقة الأخرى.

(١) هناك أسماء ورموز لمعظم وحدات القياس المركبة المتداولة علمياً والمتعارف عليها دولياً. انظر الجدول (٦-١).

١- ٢- ١ النظام المتري The Metric System:

تقاس الكميات الثلاثة الأساسية في هذا النظام، الطول بالمتر والكتلة بالكليوغرام والزمن بالثانية، وهو البداية الأولية التي تطور منها النظام المذكور في الجدول (١- ١)، ويعرف هذا النظام بنظام (MKS system) وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاث باللغة الإنكليزية (Meter, Kilogram, Second) تضاف إليها وحدة قياس درجة الحرارة المعروفة بالكلفن Kelvin، ويشار إليها اختصاراً (K).

٢- ٢- ١ النظام الكاوسي The Gaussian system (CGS):

تقاس الكميات الثلاث الأساسية في هذا النظام، الطول بالسنتيمتر والكتلة بالغرام والزمن بالثانية، ومن الواضح أنه يُستخدم مع الكميات الصغيرة مقارنة بنظام (MKS)، ذلك أن السنتيمتر هو جزء من مئة من المتر والغرام هو جزء من ألف من الكيلوغرام.

ينسب هذا النظام إلى العالم Gauss، أما (CGS system) فهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس المستخدمة في هذا النظام باللغة الإنكليزية (Centimeter, Gram, Second) وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام أيضاً بالكلفن (K) مثله في ذلك مثل النظام المتري.

٣- ٢- ١ النظام البريطاني The British System (FPS):

تقاس الكميات الثلاث الأساسية في هذا النظام: الطول بالقدم، والكتلة بالباوند، والزمن بالثانية، ويعرف هذا النظام بنظام (FPS System) وهي الأحرف الثلاثة الأولى من أسماء وحدات القياس الثلاث باللغة الإنكليزية (Foot, Pound, Second)، وتقاس درجة الحرارة في هذا النظام بالفهرنهايت Fahrenheit.

ومن الجدير بالذكر هنا أن أهمية كلا النظامين الثاني والثالث بدأت تتلاشى تدريجياً مع ازدياد الاهتمام بالنظام الدولي للقياس. كما أن العلاقة التي سبق ذكرها عن النظامين (MKS) و(CGS) تنعكس على طبيعة القوانين الرياضية التي تصف مجموعة القوانين الفيزيائية وذلك حسب نوع النظام المعتمد أثناء اشتقاق تلك القوانين الرياضية. ولاسيما عند حساب الثوابت الخاصة بها.

٣- ١ وحدات القياس في النظام الدولي International System Units (SI):

نقدم هنا تعريفات أولية ميسرة عن أهم وحدات القياس في هذا النظام (الطول، الكتلة، الزمن)، إضافة إلى الكلفن والأمبير والشمعة والمول، وذلك لكي تساعد المتدرب على الفهم والاستيعاب حيثما مرت معه، لأنه النظام المعتمد في جميع وحدات هذا الكتاب، وتجدر الإشارة

إلى مناسبة وحدات قياس هذا النظام لمختلف الكميات سواءً كانت كبيرة أو صغيرة لأنها متعلقة ببعضها البعض بأسس العدد عشرة. ولكل منها تعريف معتمد من قبل المكتب الدولي للمقاييس والموازين.

٤- ١ الأبعاد Dimensions:

إن الكمية الفيزيائية، بصفة عامة توصف من خلال مقدار عددي متبوع بوحدة خاصة به من الجنس نفسه، أي متوافقة معه من حيث الوحدات والأبعاد، بغض النظر عن النظام المستخدم dimensional consistency and units consistency، والوحدات عموماً سبع كميات رئيسة، هي: الطول، والكتلة، والزمن، ودرجة الحرارة، وشدة التيار الكهربائي، وشدة الإضاءة، وكمية المادة، ومن الممكن التعبير عنها بالأحرف الكبيرة ذات الأقواس المربعة الآتية:

درجة الحرارة	[K]	الطول	[L]
التيار الكهربائي	[A]	الكتلة	[M]
شدة الإضاءة	[Cd]	الزمن	[T]
كمية المادة	[Mol]		

إن هذه الرموز داخل الأقواس المربعة [ ] مع أسسها، يطلق عليها الأبعاد، وهي تأخذ أسساً مختلفة حينما نستخدمها مع الوحدات المركبة تتراوح ما بين الموجب والسالب مروراً بالقيمة صفر، وهذا ما يظهر جلياً أثناء استخدام نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد في مجالات عديدة والتي يمكن إجمالها بالآتي:

١- التأكد من سلامة وصحة القوانين الفيزيائية.

٢- استنتاج بعض القوانين الفيزيائية.

٣- استنتاج وحدات الثوابت في القوانين الفيزيائية.

٤- التحويل من نظام إلى آخر، كالتحويل من نظام (MKS) إلى (CGS) وبالعكس.

إن الكميات الفيزيائية الأخرى يمكن التعبير عنها بضرب أو قسمة هذه الوحدات السبع، وهي كميات مركبة، فعلى سبيل التطبيق، تُعَرّف السرعة بأنها الإزاحة المقطوعة خلال وحدة الزمن، أي أن السرعة مركبة من كمية الطول وكمية الزمن، وبعبارة أخرى:

$$v = \frac{x}{t}$$

وعند التعبير عن كلٍ من كمية بأبعادها نجد :

$$[v]=\frac{[L]}{[T]}=[L][T]^{-1}$$

فالرمز الموجود داخل القوسين [ ] مع الأس الذي يمثله، يعبر عن بُعد الكمية الفيزيائية، ففي هذا التطبيق نجد أن [L] وأسه واحد يمثل الإزاحة، أما [T] الموجودة في المقام وأسه (1) واحد يمثل الزمن، ومن الممكن التعبير مجدداً عن السرعة بالشكل الآتي:

$$[L]\,[T]^{-1}=m\ s^{-1}$$

ذلك أن المتر هو وحدة قياس الطول والثانية هي وحدة قياس الزمن، إذن:

(m/s) هي وحدة قياس السرعة في نظام (MKS)، وهذا التطبيق السهل يوضِّح العلاقة الأساسية بين كل من الوحدات والأبعاد تطبيق (١- ١) Application

من المعلوم أن النيوتن هو وحدة قياس القوة في النظام الدولي للقياس وهو اسم العالم الفيزيائي المعروف اسحق نيوتن Isaac Newton، والنيوتن هو وحدة مركبة وليست أساسية، بيِّن ذلك مستخدماً قانون نيوتن الثاني.

القوة Force وفقاً لقانون نيوتن الثاني هي:

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

حيث (m) كتلة الجسم، $(\vec{a})$ تسارع الجسم وهو : تغير السرعة خلال وحدة الزمن، وبما أن وحدة قياس السرعة هي (m/s) ووحدة قياس الزمن هي (s) يكون التسارع:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(m/s)}{(s)}=(m/s^2)$$

وعليه فإن القوة التي تجعل كتلة مقدارها $(1kg)$ تسارعاً مقداره $(1m/s^2)$ ما هي إلا النيوتن، وبما أن:

$$\vec{F}=m\vec{a}=(kg)(m/s^2)$$

ونلحظ أن النيوتن وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة والطول والزمن، ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل: $[M][L][T]^{-2}$

إذن النيوتن هو $(kg.m/s^2)$ وهذا تعريف للنيوتن على أنه وحدة قياس مركبة وليست أساسية.

تطبيق (١- ١)

من المعلوم أن الجول هو وحدة قياس الطاقة أو الشغل في النظام الدولي للقياس، وهو : القوة مضروبة في الإزاحة، بيِّن ذلك مستخدماً القانون العام للشغل:

$$W=\vec{F}.\vec{r}$$

حيث $(\vec{F})$ هي القوة و$(\vec{r})$ هي الإزاحة التي عَملتْ خلالها هذه القوة، وهكذا تبدو المسألة على درجة من السهولة، فالشغل هو : حاصل ضرب القوة في الإزاحة، وهذه هي الصيغة الرياضية العامة للشغل، ويُلاحظ فيها وجود علامة الضرب القياسي لمقدارين فيزيائيين متجهين، إذًا:

$$J = (kg\frac{m}{s^2})(m)$$

$$= (kg\frac{m^2}{s^2})$$

ونلحظ أن الجول وحدة قياس مركبة من الكميات الثلاثة الكتلة، الطول، الزمن. ويمكن تمثيله بُعدياً على الشكل $[M][L]^2[T]^{-2}$.

وبناءً على ما تقدم فإن الشغل المبذول عند إزاحة جسم يخضع لتأثير قوة مقدارها $(1N)$ مسافة مقدارها $(1m)$ باتجاه القوة هو : جول واحد، ولابد من التأكُّد من مقدار الزاوية بين متجه القوة ومتجه الإزاحة.

أما وحدات قياس الكميات الكهربائية فهي في غالبيتها تحمل أسماء فيزيائيين كبار مثل كولومب Coulomb وفولت Volt وسواهم، وهي وحدات مركبة وليست أساسية أو سهلة.

إن الدراسة التفصيلية للأبعاد تشير بشكل قاطع إلى ضرورة توافقها مع الوحدات، وقد خصّصنا فقرةً لكلٍ منهما على سبيل التوضيح، ولابد من التأكيد على ضرورة التوافق والانسجام التام بين الوحدات والأبعاد، وذلك هو مضمون "نظرية العلاقة بين الوحدات والأبعاد" Dimensions and units theory. ومفاد هذه النظرية أن طرفي أية معادلة يجب أن يكونا متساويين، أي أننا لابد أن نفهم معنى إشارة المساواة من حيث أبعاد (أسس) الكميات التي تظهر على الطرفين بعد استخدام التعبير الرياضي بشكله الصحيح، ثمَّ نعالج كل وحدة قياس من الطرف الأيسر للمعادلة مع ما يقابلها في الطرف الأيمن ولتوضيح ذلك سوف نناقش بعض الأمثلة.

تطبيق (٢- ١)

اشتق مستخدماً نظرية توافق الوحدات والأبعاد، معادلة الطاقة الحركية لجسم كتلته (m) ويتحرك بسرعة ثابتة (v).

الحل Solution:

على وجه العموم يمكننا التعبير عن أي مقدار فيزيائي (A) وفقاً لنظرية الأبعاد بالشكل الآتي:

$$A = CL^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}$$

حيث أن الأسس (α,β,γ) من الممكن أن تكون أعداداً سالبة أو موجبة أو صفراً، كما يمكن أن تكون أعداداً كسرية، وC هو ثابت التناسب، وفي هذا التطبيق من المعلوم أن وحدة قياس الطاقة الحركية هي الجول، والجول- كما هو معلوم في النظام الدولي للقياس - :

$$J = kg\left(\frac{m^2}{s^2}\right)$$

$$[M]^1 \; [LT^{-1}]^2$$

$$\therefore \qquad [L]^{\alpha} \; [M]^{\beta} \; [T]^{\gamma}$$

أي أن:

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

حيث:

$$C = (1/2)$$

ولجميع وحدات القياس الدولية المتفق عليها، سواء الوحدات الأساسية أو المشتقة أجزاء ومضاعفات يمكن إجمالها بالجدول (٥- ١).

Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز	Factor معامل الضرب	Prefix البادئة	Symbol الرمز
10^{24}	yotta- يُوتا	Y	10^{-24}	yocto يُوكتا	y
10^{21}	zetta- زيتا	Z	10^{-21}	zepto- زيبتا	z
10^{18}	exa- إكزا	E	10^{-18}	atto- أتو	a
10^{15}	peta- بيتا	P	10^{-15}	femto- فيمتو	f
10^{12}	tera- تيرا	T	10^{-12}	pico- بيكو	p
10^{9}	giga- جيغا	G	10^{-9}	nano- نانو	n
10^{6}	mega- ميغا	M	10^{-6}	micro- مَايكرو	µ
10^{3}	kilo- كيلو	k	10^{-3}	milli- ملي	m
10^{2}	hecto- هكتو	h	10^{-2}	centi- سَنتي	c
10^{1}	deka- ديكا	da	10^{-1}	deci ديسي	d

الجدول (٥- ١) يوضح البدايات التي يمكن إضافتها قبل وحدات النظام الدولي للقياس[١]

Prefixes for (SI) units

ويتضح من الجدول أن هذه الإضافات الابتدائية prefixes تبدأ بالمقدار الكبير جداً يوتا (yotta)، وتنتهي بالمقدار الصغير جداً يوكتو (yocto). وجميع هذه البدايات يمكن إضافتها إلى عناصر النظام الدولي الموجودة في الجدول (١- ١).

ومن المهم جدا أن يدرك المتدرب أن البادئة (سنتي) معناها باللغة العربية جزء من مئة و(مللي) جزء من ألف، و(مايكرو) جزء من مليون، وهكذا بالنسبة للمضاعفات، فان البادئة (كيلو) تعني باللغة العربية ألفاً، و(ميغا) تعني مليونًا، و(غيغا) تعني ألف مليون، إلى آخر ما هو وارد في الجدول (١- ٥).

وأخيراً لابد من الإشارة إلى أن بعض الكميات الفيزيائية ليس لها وحدات قياس ويُكتفى للتعبير عنها بذكر عدد مجرد غير متبوع بوحدة كالسماحية النسبية (ε_r) أو الوزن النوعي، وذلك لأنها : النسبة بين كميتين فيزيائيتين من النوع نفسه.

ولمزيد من البيان لأهمية العلاقة بين الوحدات وأبعادها واتباع الأسلوب التحليلي لنظرية الأبعاد dimensional analysis، سوف نقدم عدداً من الأمثلة:

تطبيق (٣- ١)

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها لتتأكد من صحة المعادلة الفيزيائية الآتية:

$$Q = kA\frac{(T_2 - T_1)}{d}t$$

وذلك باستخدام طريقة تحليل أبعاد الكميات الفيزيائية على طرفي المعادلة حيث:

Q: تمثل كمية الحرارة المنتقلة خلال التوصيل conducting heat، k: معامل التوصيل الحراري thermal conduction coefficient، A: مساحة سطح التوصيل، (T_2,T_1): درجتي الحرارة على جانبي التوصيل، t: زمن التوصيل، d: مسافة التوصيل الحراري.

الحل :Solution

أبعاد وحدات الطاقة هي مكونات الجول Joule إذن:

---

[١] جرت العادة على وضع هذا الجدول في الملاحق الخاصة بنهاية الكتاب، إلا أننا رأينا -توخياً للفائدة- وضعه ضمن مادة الكتاب وذلك لأهميته.

$Q = [M][L]^2[T]^{-2}$

معامل التوصيل الحراري = $k = [M][L][T]^3[K]^{-1}$

سطح التوصيل = $A = [L]^2$

درجة الحرارة = $T = [K]$

مسافة التوصيل = $d = [L]$

ولكي تكون المعادلة صحيحة فإن أبعاد وحدات الطرف الأيسر يجب أن تكون مساوية لأبعاد وحدات الطرف الأيمن.

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-3}[K]^{-1}[L]^2[K][L]^{-1}[T]$$
$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة.

تطبيق (٤- ١)

استخدم نظرية التوافق بين وحدات قياس الكميات الفيزيائية وأبعادها، لاشتقاق المعادلة الفيزيائية التي تعبِّر عن القدرة الكهربائية في دائرة تحتوي مقاومة (R) ويمر فيها تيار كهربائي (I)، علماً بأن القدرة الكهربائية تتناسب طردياً مع كلٍ من شدة التيار المار ومقدار المقاومة، وتسمى بالقدرة المُقاوِمة resistive power، واختصاراً يشار إليها بالحرف الإنكليزي (P).

الحل Solution:

من المعلوم أن أبعاد المقاومة هي:

$$R = [M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$

أما أبعاد القدرة الكهربائية فهي:

$$P = [M][L]^2[T]^{-3}$$

وأخيراً أبعاد التيار:

$$I = [A]$$

بما أن القدرة الكهربائية (P) تتناسب تناسباً طردياً مع كل من المقاومة والتيار، إذن الصيغة الرياضية المعبرة عن ذلك هي:

$$P \propto I^{\alpha} R^{\beta}$$

وعند التعبير عن كل كمية بأبعادها نجد أنَّ:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^{\alpha}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}[A]^{-2\beta}$$
$$= K[A]^{\alpha-2\beta}[M]^{\beta}[L]^{2\beta}[T]^{-3\beta}$$

بمقارنة الطرفين نجد أن أس التيار في الطرف الأيسر هو الصفر، أي أن:

$$\alpha - 2\beta = 0$$
$$\alpha = 2\beta$$

وبمقارنة أس [L] في الطرفين نجد أس الطول هو الواحد، أي أن:

$$2\beta = 2$$
$$\beta = 1$$
$$\alpha = 2$$

وهكذا نجد أن:

$$[M][L]^2[T]^{-3} = K[A]^2[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2}$$
$$[M][L]^2[T]^{-3}[A]^{-2} = R$$
$$[A]^2 = I^2$$

وهكذا نجد أن:

$$P = KI^2R$$

حيث:

$$K = 1$$

ولتسهيل العرض على الطلاب تم ترتيب مجموعة كبيرة من الكميات الفيزيائية المختلفة مع وحدات قياسها وأبعادها وفقاً للنظام الدولي (SI)، في الجدول (٦- ١).

الرمز الدولي	Quantity الكمية		الأبعاد[1] Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
A	area	المساحة	L^2	m^2
X	amount of substance	كمية المادة	Mol	mol
a	acceleration	التسارع (العجلة)	LT^{-2}	ms^{-2}
T	angular momentum	العزم الزاوي	ML^2T^{-1}	$kg\,m^2\,s^{-1}$
I	current	شدة التيار	A	A
C	capacitance	السعة	$M^{-1}L^{-2}T^4A^2$	$kg^{-1}m^{-2}s^4A^2$
p	mass density	الكثافة الحجمية	ML^{-3}	$kg\,m^{-3}$
U	energy	الطاقة	ML^2T^{-2}	$kg\,m^2\,s^{-2}$
C	electric charge	الشحنة الكهربائية	AT	As^{-1}

الجدول (٦- ١) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

الرمز الدولي	Quantity الكمية	الأبعاد Dimensions	شكل الوحدة الأساسي

[1] أبعاد أو أسس الكميات الفيزيائية.

الرمز الدولي	Quantity الكمية		الأبعاد Dimensions	شكل الوحدة الأساسي
V	electric potential	الجهد الكهربائي	$ML^2 T^{-3} A^{-1}$	$kg\,m^2 s^{-3} A^{-1}$
E	electric field strength	شدة المجال الكهربائي	$MLT^{-3} A^{-1}$	$kg\,m\,s^{-3} A^{-1}$
R	electric resistance	المقاومة الكهربائية	$ML^2 T^{-3} A^{-2}$	$kg\,m^2 s^{-3} A^{-2}$
v	frequency	التردد	T^{-1}	s^{-1}
F	force	القوة	MLT^{-2}	$kg\,m\,s^{-2}$
L	inductance	الحث	$ML^2 T^{-2} A^{-2}$	$kg\,m^2 s^{-2} A^{-2}$
l	length	الطول	L	m
I	luminous intensity	شدة الإضاءة	C d	cd
Φ	luminous flux	الفيض الضوئي	C d S r	cd sr
L	luminance	شدة الاستضاءة	$Cd\,L^{-2}$	$cd\,m^{-2}$
m	mass	الكتلة	M	kg
I	moment of inertia	عزم القصور الذاتي	ML^2	$kg\,m^2$
Φ_B	magnetic flux	الفيض المغناطيسي	$ML^2 T^{-2} A^{-1}$	$kg\,m^2 s^{-1} A^{-1}$
B	magnetic field density	كثافة الفيض المغناطيسي	$MT^{-2} A^{-1}$	$kg\,s^{-2} A^{-1}$
P	magnetic pole	القطب المغناطيسي	L A	m A
T	magnetic field strength	شدة المجال المغناطيسي	$L^{-1} A$	$m^{-1} A$
k_m	permeability	النفاذية	$MLT^{-2} A^{-2}$	$kg\,s^{-2} A^{-2}$
J	surface tension	الشد السطحي	$M\,T^{-2}$	$kg\,s^{-2}$
C	specific heat	الحرارة النوعية	$L^2 T^{-2} K^{-1}$	$m\,s^{-2} K^{-1}$
t	time	الزمن	T	s
T	temperature	درجة الحرارة	K	K
T	torque	عزم الدوران	$ML^2 T^{-2}$	$kg\,m^2 s^{-2}$
k	thermal conductivity	التوصيل الحراري	$MLT^{-3} K^{-1}$	$kg\,m\,s^{-3} K^{-1}$
V	volume	الحجم	L^3	L^3
v	velocity	السرعة	LT^{-1}	LT^{-1}

تابع الجدول (٦- ١) الكميات الفيزيائية وأبعاد وحداتها

ملحوظة: يمكن للمتدرب إضافة القوسين [ ] إلى كل وحدة قياس أساسية موجودة في عمود الأبعاد.

ولمزيد من التوضيح والتسهيل على المتدرب، واستكمالاً لمعرفة الرموز اللاتينية المستعملة للتعبير عن بعض الكميات المشتقة، فإن الجدول (٧- ١) يشمل على الحروف اللاتينية الأساسية والتي يبلغ تعدادها أربعةً وعشرين حرفاً.

تستخدم هذه الحروف في شكلها الصغير lower case أو شكلها الكبير capital عادة عند استخدام اللغة الإنكليزية في العلوم التطبيقية للتعبير عن الوحدات القياسية، الأسس والزوايا. فمثلاً نستخدم $(\alpha,\omega,\theta,\gamma,\beta)$ للقياس.

أما في خصائص المادة فتستخدم (η) للتعبير عن اللزوجة، (λ) للتعبير عن الطول الموجي، (ρ) للتعبير عن الكثافة، (ν) للتعبير عن التردد، (π) للتعبير عن النسبة الثابتة للدائرة، والقياس الراداياني للزوايا المستوية Plane angle، والقياس الستيرادياني للزوايا المجسمة solid angle، وهذه جميعها في شكلها الصغير. أما في الشكل الكبير، فمن أكثر الحالات استخداماً (Ω) للتعبير عن الأوم، وهو وحدة قياس المقاومة، و (Z) للتعبير عن ممانعة الدائرة الكهربائية في التيار المتناوب، وتقرأ زيتا.

الحرف اللاتيني Greek Name	الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital	الحرف اللاتيني Greek Name	الرسم الصغير Lower case	الرسم الكبير Capital
Alpha ألفا	α	A	Nu نيو	ν	N
Beta بيتا	β	B	Xi إكساي	ξ	Ξ
Gamma غاما	γ	Γ	Omicron أُميكرون	ο	O
Delta دلتا	δ	Δ	Pi بَاي	π	Π
Epsilon إبسلون	ε	E	Rho رُو	ρ	P
Zeta زيتا	ζ	Z	Sigma سيجما	σ	Σ
Eta إيتا	η	H	Tau تَاو	τ	T
Theta ثيتا	θ	Θ	Upsilon أبسِلُن	υ	Y
Iota أيوتا	ι	I	Phi فَاي	ϕ	Φ
Kappa كابًا	κ	K	Chi كَاي	χ	X
Lambda لامدا	λ	Λ	Psi بساي	ψ	Ψ
Mu ميو	μ	M	Omega أوميغا	ω	Ω

جدول (٧- ١) ويبين الحروف اللاتينية في شكليها الصغير والكبير[1]

[1] تم وضع هذا الجدول ضمن الوحدة الأولى، لضرورة اطلاع الطلاب علي الحروف اللاتينية ومعرفة شكليها، وذلك لكثرة استخدامها.

تطبيق (٥- ١)

إذا علمت أن المدى الأفقي الذي يمكن أن يقطعه الجسم المقذوف Projectile (x) يعتمد على كل من السرعة الابتدائية لإطلاق القذيفة (v_o)، وعجلة الجاذبية الأرضية $(\vec{g})$. استخدم نظرية التوافق بين الوحدات الفيزيائية وأبعادها لاشتقاق الصيغة الرياضية التي تعبِّر عن المدى الأفقي للقذيفة.

الحل Solution:

$$x \propto (v_o, g)$$

ومثلما تعودنا دائماً، عند تحويل التناسب إلى مساواة لابد من إدخال الثابت وليكن (K)، كما أنّنا لا نعلم كيفية هذا التناسب، الذي يمكن تحديد طبيعته من خلال تحديد أسس كلٍ من السرعة الابتدائية وعجلة الجاذبية الأرضية.

لنفترض أن هذه الأسس هي على التوالي (α, β)

$$x = K\, v_o^{\alpha}\, g^{\beta}$$

هنا تكمن الفائدة العملية لنظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها في إمكانية استخدامها لاشتقاق المعادلات الفيزيائية.

نلحظ أن وحدات الطرف الأيسر للمعادلة تقاس في النظام الدولي بالأمتار، إذن، أبعاد وحداته هي: [L]

لنفتش الآن عن أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$\{[L][T]^{-1}\}^{\alpha}\, \{[L][T]^{-2}\}^{\beta}$$
$$= [L]^{\alpha}\, [T]^{-\alpha}\, [L]^{\beta}\, [T]^{-2\beta}$$
$$= [L]^{\alpha+\beta}\, [T]^{-\alpha-2\beta}$$

بمساواة الطرفين نجد أن:

$$[L] = [L]^{\alpha+\beta}\, \{T]^{-\alpha-2\beta}$$

ولغرض توفير وحدة الزمن في الطرف الأيسر، نضرب بالوحدة $[T]^0$ والقاعدة في ذلك معروفة، ذلك أن أي مقدار مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، إذن:

$$[L][T]^0 = [L]^{\alpha+\beta}\, [T]^{-\alpha-2\beta}$$

المساواة والتكافؤ هنا تقتضي أنّ أسس الكميات على طرفي المعادلة يجب أن تكون متساوية، وهذا ما نسميه تحليل الأبعاد dimensions analysis

$$\therefore \quad \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha = 1-\beta \qquad (1)$$

$$-\alpha-2\beta = 0 \Rightarrow -\alpha = 2\beta$$

$$\therefore \quad -(1-\beta) = 2\beta$$

$$-1 + \beta = 2\beta$$
$$2\beta - \beta = -1$$

$$\beta = -1 \qquad (2)$$

بالتعويض في المعادلة (1):

$$\alpha = 1-\beta = 1-(-1) = 2$$

$$\boxed{\therefore \quad x = K\frac{v_o^2}{g}}$$

وهي المعادلة التي تعبر عن المدى الأفقي الذي يمكن أن تقطعه القذيفة.\

تطبيق (٦- ١)

إذا كان القانون الذي يعبر عن الإزاحة النهائية (x) لجسم يتحرك بتسارع ثابت a هو:

$$x = x_o + v_o t + (1/2)at^2$$

حيث (x_o) هي الإزاحة الابتدائية للجسم (t) هو الزمن الذي استغرقته الحركة، (v_o) هي السرعة الابتدائية. اختبر صحة هذا القانون مستخدماً طريقة تحليل الأبعاد (الأسس).

الحل Solution:

أبعاد وحدات الطرف الأيسر للقانون:

$$[L]$$

أما أبعاد وحدات الطرف الأيمن:

$$[L]+[L][T]^{-1}[T]+[L][T]^{-2}[T]^2$$

في مثل هذه الحالة، لا بد من أن نتذكر بأن أبعاد وحدات كل حد من الحدود الموجودة على الطرف الأيمن يجب أن تمتلك أبعاد وحدات الطرف الأيسر نفسها حتى تكون المعادلة صحيحة، إذن:

$$\begin{aligned}[L] &= [L] \\ &= [L][T]^{-1}[T] = [L] \\ &= [L][T]^{-2}[T]^2 = [L]\end{aligned}$$

وهكذا نجد أن المعادلة صحيحة بعد اختبارها من خلال مقارنة أبعاد الطرفين.

تطبيق (٨- ١) Application

يعتمد تردد frequency ذبذبة oscillation الحبل المشدود (f) على كل من قوة شد الحبل $(\bar{F})$ وكتلة وحدة أطواله mass per unit length (m/ℓ).

اشتق العلاقة الرياضية التي تعبر عن تردد الحبل بدلالة المتغيرات السابقة، مستفيداً من نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها.

الحل Solution:

من الواضح أن التردد يعتمد على كلٍ من:

$$f \propto (F, \ell, m/\ell)$$

وكما تعودنا دائماً، لاستبدال هذا التناسب بعلامة المساواة نعمد إلى إدخال ثابت، وليكن (K).

$$v = KF^{\alpha} l^{\beta} \left(\frac{m}{l}\right)^{\gamma}$$

وأصبح مألوفاً لدينا أن عملية الاشتقاق تتم من خلال تحليل أبعاد وحدات طرفي المعادلة dimensions analysis وذلك لمعرفة شكل الاعتماد على المتغيرات (أسيا)، من خلال مقارنة أسس وحدات الطرفين.

الطرف الأيسر يحتوي على التردد، ومعلوم لدينا أن وحدة قياس التردد في النظام الدولي (SI) هي (s^{-1}).

$$\begin{aligned}[T]^{-1} &= K\{[M][L][T^{-2}]\}^{\alpha}[L]^{\beta}[M]^{\gamma}[L]^{-\gamma} \\ &= K[M]^{\alpha+\gamma}[L]^{\alpha-\gamma+\beta}[T]^{-2\alpha}\end{aligned}$$

نلحظ أن كمية الزمن فقط هي التي ظهرت على الطرف الأيسر، ولغرض تأمين باقي الكميات، نعمد إلى الخطوة التوضيحية المتعارف عليها، بضرب الطرف الأيسر بالكميات $[M]^0\,[L]^0$:

$$[M]^0\,[L]^0\,[T]^{-1} = K[M]^{\alpha+\gamma}\,[L]^{\alpha-\gamma+\beta}\,[T]^{-2\alpha}$$

وبمقارنة الطرفين نجد أنَّ:

(أسس الكتلة)

$$\alpha + \gamma = 0 \Rightarrow \alpha = -\gamma$$

(أسس الطول)

$$\begin{aligned}\alpha - \gamma + \beta = 0 &\Rightarrow -\gamma - \gamma + \beta = 0 \\ &\Rightarrow -2\gamma = -\beta\end{aligned}$$

(أسس الزمن)

$$\begin{aligned}-2\alpha = -1 &\Rightarrow \alpha = 1/2 \\ \therefore\quad \gamma &= -1/2 \\ \beta &= -1\end{aligned}$$

$$\therefore\quad f = KF^{\frac{1}{2}}\ell^{-1}\left(\frac{m}{l}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= KF^{\frac{1}{2}} l^{-1} m^{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{f = \frac{K}{l}\sqrt{\frac{F}{m}}}$$

ملحوظة مهمة: نلحظ في الطرف الأيمن للمعادلة بأننا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، دون أن نجري عملية الضرب مع $(l)^{-1}$، وهنا يجب أن يتذكر المتدرب أن التطبيق الصحيح للقانون يتطلب تعويض كتلة وحدة الأطوال للمادة المستخدمة لصناعة الحبل، ومعروف أن وحدة الأطوال هي المتر، ولذا أبقينا على المقدار $(m/l)^{-\frac{1}{2}}$ كما هو، والرمز (m) في القانون هو : (m/l).

الخلاصة

Summary

- إنّ جميع وحدات قياس الكميات البُعدية تحدد الأساس الفعلي لاشتقاق مختلف المعادلات الرياضية في مختلف فروع العلوم النظرية والتطبيقية، حيث تعد مقياساً لصحة وسلامة المعادلات من خلال تساوي وحدات طرفي المعادلة الرياضية للقانون بصفة عامة، وإدراكاً لأهمية هذا الأمر، فقد تم اعتماد النظام الدولي للقياس (SI) بوحداته السبع الأساسية.
- يعد كلٌ من النظامين المتري للقياس (MKS)، والنظام الكاوسي (CGS) منتميان إلى النظام الدولي للقياس (SI)، ذلك أن النظام المتري يعتمد أربع كميات هي: الطول، الكتلة، الزمن، ودرجة الحرارة، مقيسة بوحدات النظام الدولي نفسها، كما أن النظام الكاوسي يعتمد الكميات نفسها، مقيسةً بأجزاء وحدات النظام الدولي للطول والكتلة، حيث يُقاس الطول بالسنتيمتر، والكتلة بالغرام، وتبقى الثانية كما هي وحدة لقياس الزمن.
- إنَّ النظام البريطاني (FPS) - والذي يعتمد القدم، الباوند، والثانية لقياس الكميات الأساسية، كما يعتمد الفهرنهايت لقياس درجة الحرارة- قد بدأ استخدامه يضمحل تدريجياً مع انتشار النظام الدولي للقياس.
- إنَّ مقادير الثوابت الفيزيائية - التي تظهر أثناء اشتقاق القوانين- تختلف باختلاف النظام المعتمد للقياس، فمثلاً في قانون كولوم عند اعتماد النظام الدولي فإن ثابت التناسب يساوي $(9\times10^{9}\ Nm^{2}\ C^{-1})$ أما عند اعتماد النظام الكاوسي فيساوي $(1 dyne cm^{2}\ esu^{-2})$. والثوابت الفيزيائية يتم تحديد مقاديرها عملياً بصفة عامة.
- إن أجزاء ومضاعفات جميع وحدات النظام الدولي للقياس تخضع للجدول (٥- ١)، وهناك بعض الوحدات الأخرى أوردناها في مجال استخداماتها حسب أهميتها، وتلفظ هذه ا لمضاعفات والأجزاء كما نلفظها باللغة الإنكليزية، بعد إضافتها إلى الوحدات الدولية للقياس.

الاختبارات الذاتية

Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، تم تخصيص ثلاثة امتحانات ذاتية.

الاختبار الذاتي الأول:

من المعلوم أن معدل السريان لمائع هو : حجم السائل المار فى الثانية الواحدة، يعتمد على كل من انحدار الضغط (p/ℓ)، حيث (p) هو فرق الضغط بين طرفي أنبوبة السريان (ℓ)، هو طول أنبوبة السريان، كما يعتمد على لزوجة السائل $(visconsity)$ (η) ونصف قطر الأنبوبة (r).

استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها، وذلك لاشتقاق القانون الرياضي الذي يعبر عن معدل السريان معتمداً على المتغيرات المذكورة أعلاه.

الاختبار الذاتي الثاني:

استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها وذلك للتثبت من صحة القانون:

$$\eta = K\frac{r^2}{v}(\rho_s - \rho_\ell)g$$

وهو ما يعرف بقانون ستوك في اللزوجة Stock's law، حيث (r) نصف قطر الكرة المعدنية ذات الكثافة (ρ_s)، (v) سرعة سقوط الكرة داخل السائل ذي الكثافة (ρ_ℓ) ولزوجته (η)، (g) تسارع الجاذبية الأرضية $K=\frac{2}{9}$، وهذه القيمة للثابت تم قياسها علمياً.

الاختبار الذاتي الثالث:

جسم أسود black body مساحة سطحه (A)، ودرجة حرارته المطلقة (T)، يبعث طاقة حرارية مشعة مقدارها (Q) خلال زمن مقداره (t).

إذا كانت كمية الطاقة الحرارية المنبعثة إشعاعياً تساوي:

$$Q = \sigma \ A\, t\, T^4$$

حيث (σ) هو ثابت ستيفان بولتزمان Stefen-Boltzman constant، استخدم نظرية التوافق بين الوحدات وأبعادها لإيجاد الأبعاد الفيزيائية لثابت ستيفان بولتزمان وفق النظام الدولي للقياس الدولي (SI).

ملحوظة: ينبغي للمتدربين المحاولة الجادة في حل مسائل الاختبار الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الأولى
Unit One Exercises & Problems

١-١ استخدم مفهوم نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد لغرض التعبير عن الكميات الفيزيائية الآتية، مستخدما الوحدات الرئيسية السهلة للنظام الدولي (SI).

الطول، المساحة، الحجم، الزمن، السرعة، التسارع، الكتلة، الكثافة، الكثافة النوعية، القوة، القدرة، التردد.

١-٢ استخدم نظرية توافق الوحدات والأبعاد للتحقق من صحة القوانين الفيزيائية الآتية:

أ- قانون نيوتن الثاني: $\vec{F} = m\vec{a}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة و(m) كتلة الجسم و$(\vec{a})$ التسارع.

ب- قانون نيوتن للجذب العام: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل $(\vec{F})$ القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و(r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابتة الجذب العام لنيوتن.

جـ- قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$v = v_o + xt$$
$$x = x_o + vt + (1/2)xt^2$$

حيث تمثل (v) السرعة النهائية، و(v_o) السرعة الابتدائية، (x) الإزاحة النهائية، و(x_o) الإزاحة الابتدائية، و(t) الزمن.

١-٣ اشتقاق المعادلات الفيزيائية هو الآخر من أهم فوائد نظرية التوافق بين الوحدات والأبعاد، استخدم هذه النظرية لاشتقاق معادلة البندول السهل؛ مفترضاً أن طول البندول (l)، وكتلة الجسم المعلق (m)، وزمن الذبذبة الواحدة (T)، وتسارع الجاذبية الأرضية (g).

١-٤ اشتقاق وحدات الثوابت الفيزيائية يعد أيضاً من الفوائد العامة لنظرية توافق الوحدات والأبعاد، استخدم مفهوم هذه النظرية لاشتقاق وحدات الثوابت؛ في المعادلات الآتية:

أ- قانون هوك: $\vec{F} = -kx$

حيث تمثل $(\vec{F})$ قوة الإرجاع، (x) مقدار الإزاحة، (k) ثابت قانون هوك.

ب- قانون الجذب العام لنيوتن: $\vec{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

حيث تمثل (F) القوة، و(m_1) كتلة الجسم الأول، و(m_2) كتلة الجسم الثاني، و (r) المسافة الفاصلة بينهما، (G) ثابت الجذب العام لنيوتن.

٥- ١ استخدم مفهوم نظرية توافق الوحدات والأبعاد لتحويل النيوتن كوحدة لقياس القوة في النظام (MKS) إلى ما يعادلها في النظام (CGS)!. ما اسم وحدة القوة في النظام (CGS)؟ اذكرها!

٦- ١ ما العلاقة بين كل من؟

أ- ياردة مربعة وقدم مربع.

ب- بوصة مربعة وسنتميتر مربع.

ت- ميل مربع وكيلو متر مربع.

ث- متر مكعب وسنتميتر مكعب.

وضح ذلك بإجراء الحسابات اللازمة.

٧- ١ تعد الأرض بشكل تقريبي كرة نصف قطرها يساوي $(6.37\times10^6\ m)$:

أ- أوجد حسابياً محيط الكرة الأرضية مقيساً بالكيلومترات!

ب- أوجد حسابياً مساحة الكرة الأرضية مقيسة بالكيلومترات المربعة!

ت- أوجد حسابياً حجم الكرة الأرضية مقيساً بالكيلومترات المكعبة!

مسائل اختيارية
Optional Problems

١-١ إذا علمت أن سرعة الضوء تساوي $(3\times10^{8}\,m.s^{-1})$. أوجد حسابياً سرعة الضوء، بكل من الوحدات الآتية: قدم/ثانية. مليمتر/بيكو ثنية.

٢-١ من المعروف أن جزئية الماء تحتوي على ذرتين من الهيدروجين وذرة واحدة من الأكسجين، فإذا علمت كتلة ذرة الهيدروجين يساوي $(1u)$، وكتلة ذرة الأكسجين تساوي $(1u)$.

أ- أوجد حسابياً كتلة جزئية الماء بالكيلوغرام.

ب- إذا علمت أن كتلة ماء المحيطات في العالم يساوي $(1.4\times10^{21}\,kg)$، فكم يبلغ عدد الجزئيات فيها؟

الوحدة الثانية

الكميات القياسية والكميات المتجهة

الهدف العام:

أن يستوعب المتدرب ما هو المقصود من الناحية العلمية التطبيقية بالكميات المتجهة، وما هي المفاهيم والأفكار والمبادئ التي تتعلق بهذا النوع من الكميات، وكيفية التعامل معها تطبيقيًا وتقنيًا.

الأهداف التفصيلية:

١- أن يميِّز بين الكميات القياسية، والكميات المتجهة.

٢- أن يعدد بعض الأمثلة على كلا النوعين من الكميات القياسية والمتجهة من خلال دراسته المنهجية.

٣- أن يختار الطريقة الرياضية الصحيحة للتعامل مع كلٍ من الكميات القياسية والمتجهة.

٤- أن يتعلم كيفية تحليل الكميات المتجهة في المستوى الديكارتي وفي الفراغ ويحدد مقدار واتجاه المحصلة.

٥- أن يميِّز متجه الوحدة، أهميته واستعمالاته التطبيقية، ولاسيما في عمليتي الضرب القياسي والضرب الاتجاهي.

الوحدة الثانية

الكميات القياسية والكميات المتجهة
Scalars & Vectors

١- ٢ المقدمة Introduction:

تعد المعرفة الصحيحة بكل من الكميات القياسية scalars والكميات المتجهة vectors، أمراً أساسياً في علم الفيزياء، وأهميتها تتجسد في التعرف على طبيعتها وسلوكها وتغيرها بالنسبة لبعضها البعض، وعلى وجه الخصوص تغيّرها بالنسبة للزمن، كما أن تحديد بدايتها ونهايتها ومعرفة موقعها في المستوى الديكارتي (x-y plane) ومقاديرها على المحور (x) والمحور (y) وحساب ذلك بدلالة زاوية المتجه، بدءاً من نقطة الأصل عند المحور السيني الموجب (x) وباتجاه معاكس لحركة عقارب الساعة counter clockwise، كل ذلك يجعلنا نتعامل مع الكمية المتجهة بيسر وسهولة، وحرصاً على تسهيل الأمر سنتناول كلاً من هذين النوعين من الكميات على انفراد.

٢- ٢ الكميات القياسية Scalars:

تعريف الكمية القياسية scalar: هي تلك الكمية التي يمكننا أن نعيِّنها تعييناً كاملاً بمعرفة:

١- مقدارها magnitude .

٢- وحدة قياسها measurment unit.

ويُمثَّل ذلك عادة بعدد متبوع بوحدة قياس مناسبة unit، فمثلاً حينما نقول: إن كتلة جسم ما تساوي (5) دون أن نذكر وحدة قياس الكتلة المستخدمة، فإن ذلك يجعلنا نتساءل هل وحدة القياس هي الكيلوغرام أم الباوند أم الغرام أم ماذا؟ ولكنَّنا حينما نقول: إنَّ الكتلة تساوي (5 kg)، نكون قد أوضحنا المسألة إيضاحاً تاماً، وفي واقعنا هناك أمثلة كثيرة جداً على الكميات القياسية، مثل الزمن والمساحة والحجم والكثافة والطاقة والشحنة ودرجة الحرارة، وما إلى هنالك من الكميات التي تُحدَّد بمجرد قياسها تحديداً تاماً. بعد أن عرفنا ذلك، يمكننا أن نتعامل مع الكميات القياسية باستخدام القواعد الرياضية السهلة في الجبر كالجمع والطرح والقسمة والضرب.

٣- ٢ الكميات المتجهة Vectors :

تعريف الكمية المتجهة: هي الكمية الفيزيائية التي يمكننا تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة كلٍ من:

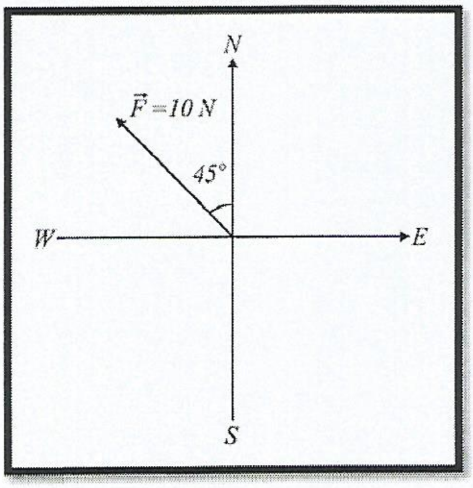
١- مقدارها العددي magnitude.

٢- اتجاهها direction، سواء في المستوى (xy) أو في الفراغ (xyz).

٣- نقطة تأثيرها action point.

٤- محور عملها action axis.

ومن الأمثلة المألوفة على الكميات المتجهة، القوة force، الإزاحة displacement، شدة المجال المغناطيسي magnetic field، السرعة velocity، التسارع acceleration، العزم momentum. ومن الممكن تمثيل الكمية المتجهة بسهم arrow مرسوم على محور عمله، ونستخدم عادةً المحاور الديكارتية لتحديد كلٍ من المقدار والاتجاه وفق مقياس رسم محدد ومعلوم؛ حيث يكون طول السهم متناسباً مع مقدار الكمية المتجهة واتجاه السهم يعبّر عن اتجاه تلك الكمية، فعلى سبيل التطبيق، إذا أثرت قوة مقدارها (10 N) على جسم باتجاه الشمال الغربي (N-W direction)، فإن هذه القوة يمكن تمثيلها بسهم طوله عشر وحدات طول كل منها تساوي (1 N) ويكون السهم مرسوماً بالاتجاه الذي يطابق اتجاه تأثير القوة على الجسم، انظر الشكل (١- ٢).



الشكل (١- ٢) يمثل القوة ($\bar{F}$) مقدارها (10 N) واتجاهها الشمالي الغربي[1]

---

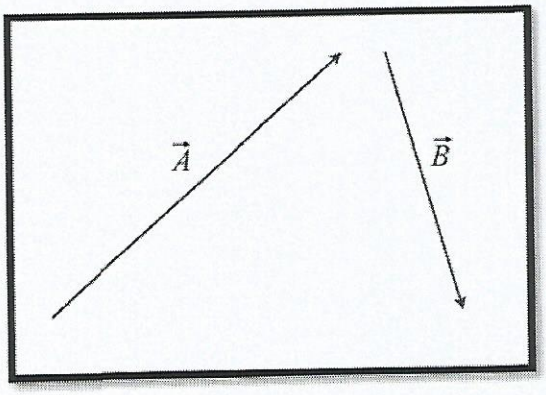
[1] من المتعارف عليه، إذا لم يتم تحديد الزاوية فإن المقصود بالشمال الغربي هو منتصف الربع الثاني، أي أن الزاوية تساوي ($45°$) مع الشمال، وتساوي ($135°$) بدءاً من المحور السيني الموجب.

ومن الجدير بالذكر أنّ الكمية المتجهة يتم تمثيلها برمز، وهو : حرف لاتيني أو إنكليزي فوقه سهم مثل $(\vec{A})$ ، أما مقدارها فيتم بكتابة الحرف (A) دون تحديد الاتجاه، وعلى سبيل التطبيق في الشكل (١- ٢) المتجه $(\vec{F})$ يمثل القوة ككمية متجهة، أما مقدارها فهو (F = 10 N) والسؤال الآن هو: هل يمكننا استخدام القوانين الجبرية السهلة كالجمع والطرح والضرب مع الكميات المتجهة؟ إن الإجابة الأولية هي: لا يمكن إطلاقاً؛ ذلك أن للكميات المتجهة قوانينها المناسبة الخاصة بها، وسنتناول هذه القوانين بشكل موجز في الفقرات الآتية.

٤- ٢ جمع المتجهات بطريقة الرسم البياني Adding Vectors: Graphical Method:

إن هذه الطريقة تعد بدائية وغير عملية، ولا سيما فيما إذا استخدمنا الطريقة التحليلية لإيجاد محصلة أكثر من متجهين، وسوف نتناول هذه الطريقة في فقرة خاصة قادمة في هذه الوحدة.

ولتوضيح طريقة جمع المجهات بطريقة الرسم البياني، افرض أن لديك المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$. انظر الشكل (٢- ٢أ).

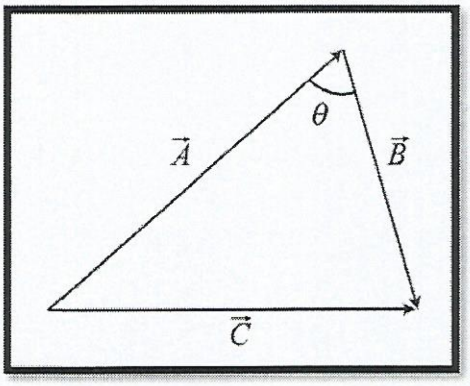


الشكل (٢- ٢ أ) ويمثل المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

وأردنا إيجاد محصلة هذين المتجهين مستخدمين طريقة الرسم البياني، نبدأ أولاً بنقل المتجه الأول[1] $(\vec{A})$ نقلاً صحيحاً بجميع مواصفاته الهندسية، ثم نبدأ بعد ذلك بنقل المتجه $(\vec{B})$ حيث تكون بدايته عند نهاية المتجه الأول $(\vec{A})$، ثم نصل بين بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهاية ا لمتجه $(\vec{B})$ مراعين دقة الرسم الهندسي، إنّ المتجه الجديد $(\vec{C})$ والذي بدايته عند بداية المتجه $(\vec{A})$ ونهايته عند نهاية المتجه $(\vec{B})$ هو حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$، أي أن:

$$=\vec{A}+\vec{B}\ \vec{C} \qquad (2\text{-}5)$$

انظر الشكل (٢- ٢ ب).



الشكل (٢- ٢ ب) إيجاد محصلة متجهين باستخدام طريقة الرسم البياني

أما القيمة القياسية للمتجه $(\vec{C})$ فتحسب بطريقتين، الأولى هي الطريقة التحليلية، والثانية باستخدام ما يسمى بقانون الجيب تمام cosine law، وهذا يتطلب معرفة مقدار كل من المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ وكذلك الزاوية المحصورة بين المتجه الأول $(\vec{A})$ والمتجه الثاني $(\vec{B})$، أما الصيغة الرياضية لقانون "الجيب تمام" فهي:

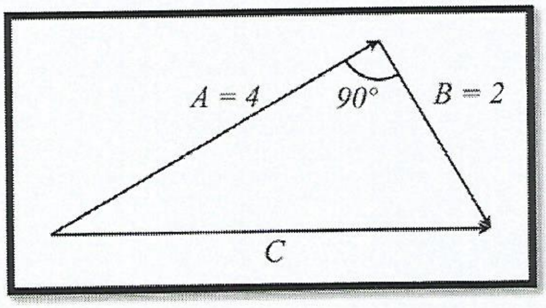
$$\boxed{C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)}$$

وفي هذه الطريقة فاننا نحتاج إلى استخدام المسطرة في حساب الأطوال والمنقلة لحساب الزوايا ونعمد أيضًا إلى اختيار مقياس رسم مناسب لجميع مقادير القوى التي نريد إيجاد محصلتها. حيث أننا سوف نحصل على متجهين فقط مهما كان عدد المتجهات،ويمكننا معرفة مقدار كل منهما وكذلك معرفة مقدار الزاوية بينهما. ويسميها البعض أحيانا" الطريقة الحسابية"

تطبيق ١- ٢

[1] بدأنا بالمتجه (A) لأن المتجه المطلوب هو $(\vec{C} = \vec{A} + \vec{B})$، علماً بأنّ $(\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A})$.

باستخدام قانون الجيب تمام أوجد محصلة المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ المبينين بالشكل (٣- ٢)، علماً أنّ الزاوية بينهما $(\theta = 90°)$.



الشكل (٣- ٢)

الحل Solution:

من الواضح أن الزاوية بين المتهجين تساوي $(\theta = 90°)$، إذن:

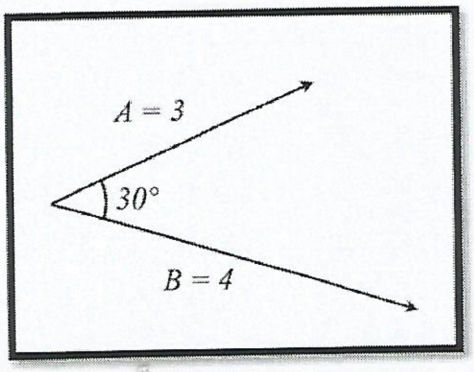
$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$= (4)^2 + (2)^2 + 2(4)(2)\cos(90) = 16 + 4 = 20$$
$$C^2 = 20$$
$$|C| = 4.47$$

ملحوظة: لقد تمّ تحديد متجه المحصلة $(\vec{C})$، حيث تكون بدايته هي بداية المتجه الأول ونهايته عند نهاية المتجه الثاني.

تطبيق ٢- ٢

باستخدام قانون الجيب تمام cosine law، أوجد محصلة المتجهين $(A = 3, B = 4)$ المبيّنين بالشكل

(٤- ٢)، حيث إنّ مقدار الزاوية بينهما $(\theta = 30°)$.



الشكل (٤- ٢)

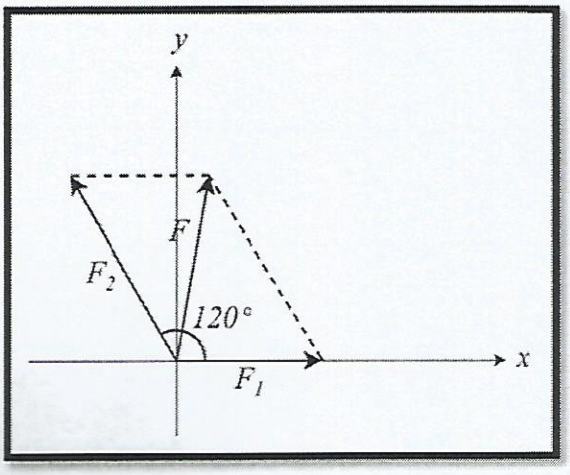
الحل Solution:

من المعلوم لدينا أن محصلة متجهين باستخدام قانون الجيب تمام يعبر عنها رياضياً على النحو الآتي:

$$C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos(\theta)$$
$$C^2 = (3)^2 + (4)^2 + 2(3\times 4)\cos(30)$$
$$C^2 = 9 + 16 + 24(0.8660) = 45.78$$
$$|C| = 6.76$$

تطبيق ٣- ٢

قوتان، مقدار الأولى $(\vec{F}_1 = 6N)$، ومقدار الثانية $(\vec{F}_2 = 9N)$ تؤثران في نقطة مادية (P)، انظر الشكل (٥- ٢)، باستخدام قانون الجيب تمام أوجد حسابياً محصلة هاتين القوتين إذا كانت الزاوية بينهما $(\theta = 120°)$.



الشكل (٥- ٢)

الحل Solution:

هذا التطبيق مشابه في فكرته للتطبيق السابق (٢- ٢)، وباستخدام المعادلة الرياضية لقانون الجيب تمام نجد أن:

$$|F| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\,Cos(\theta)}$$
$$= \sqrt{(6)^2 + (9)^2 + 2(6)(9)\,Cos(120)}$$
$$= 7.9\,N$$

وهذا تطبيق مباشرٌ يوضح كيف يمكننا إيجاد محصلة قوتين، وذلك إذا عرفنا مقدار كل منهما ومقدار الزاوية المحصورة بينهما، وهذا القانون لا يستخدم إلا مع الكميات المتجهة، وسنناقش في الفقرات القادمة كيف يمكننا تحديد اتجاه هذه القوة المحصلة (F) استكمالاً لتعريفها؛ حيث اكتفينا بإيجاد مقدارها حسابياً، وبتعيين موقعها وذلك بعد إكمال الشكل إلى متوازي أضلاع، قطره يمثل القوة المحصلة (F).

١- ٤- ٢خصائص جمع المتجهات Vectors Addition Properties:

سنبين فيما يلي الخصائص الرياضية لعملية جمع المتجهات:

١- الخاصية التبادلية **commutative law**: إذا كان لدينا المتجهين $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ فإن:

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \qquad (2\text{-}6)$$

٢- الخاصية الترافقية **assosiation law**: في حالة الجمع الاتجاهي لثلاث كميات ($\vec{A}$ و $\vec{B}$ و $\vec{C}$) فان:،

$$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C}) \qquad (2\text{-}7)$$

ومن الجدير بالذكر هنا أن المتجه $(\vec{A})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{A})$ أي أن:

$$\vec{A}+(-\vec{A})=0 \qquad (2\text{-}8)$$

٢- ٤- ٢ طرح المتجهات Vectors Subtraction:

هي العملية الثانية بعد الجمع، وذلك لتحديد حاصل طرح الكميات المتجهة، وهي تستند أصلاً في معناها إلى ما سبق ذكره حول الجمع الاتجاهي مع مراعاة أن المتجه $(\vec{B})$ لا يساوي المتجه $(-\vec{B})$.

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B}) \qquad (2\text{-}9)$$

أي أن عملية الطرح الاتجاهي تمت بإضافة المتجه $(-\vec{B})$ إلى المتجه $(\vec{A})$.

أما عملية الضرب الاتجاهي فسوف نناقشها بعد أن نتعرف على متجهات الوحدة في الفقرات القادمة من هذه الوحدة.

٥- ٢ المتجهات ومركباتها(طريقة التحليل) Vectors and their Components:

إن عملية تمثيل وتحديد الكمية المتجهة vector بطريقة الرسم التي قدمناها في الفقرة (٤-٢) من هذه الوحدة، تعد عملية مملةً وشاقةً لما تتطلبه من دقة في الرسم الحرفي للكميات المتجهة، وكذلك إتمام العمليات الأخرى كالجمع والطرح. ولهذا تعد طريقة تمثيل وتحليل الكميات المتجهة باستخدام المحاور المتعامدة (x, y) أو ما يسمى بالمحاور الديكارتية cartesian axes

ومعرفة اتجاه الكمية المتجهة، وبعد ذلك سهولة تحويلها إلى مجرد مركبات سينية x-components وأخرى صادية y-components، من أفضل الطرق المعتمدة لهذا الغرض، مع ضرورة مراعاة ما يلي:

١- خصائص المحاور المتعامدة عند نقطة التقاطع ذات الإحداثيات (0.0) والاتجاهين السالب والموجب للمحاور.

٢- استخدام النظرية المعروفة والشهيرة في المثلثات المتعامدة - نظرية فيثاغورس- لإتمام العمليات الحسابية.

٣- الاستفادة المباشرة من النسب المثلثية الثلاثة الجيب (sin) والجيب تمام (cos) والظل (tan) لمعرفة ما يتعلق بتحديد الكمية المتجهة، مقادير مركباتها وتحديد اتجاهها.

ولبيان ذلك انظر الشكل (١٠- ٢)، وتأمل موقع المتجه $(\vec{A})$، وكذلك المركبتين السينية (A_x) والصادية (A_y) والزاوية (θ) التي تحدد اتجاه الكمية المتجهة $(\vec{A})$.

والآن تأمل الشكل (٦- ٢) ولاحظ الآتي:

١- (A_x) و (A_y) هما : المركبتان العموديتان للمتجه $(\vec{A})$.

٢- من الممكن عملياً نقل المتجه أو مركباته السينية والصادية[١] مادمنا نحافظ على مقداره واتجاهه، كما يمكننا التعامل مع الحالة الجديدة كما كنا نتعامل مع الحالة قبل النقل. ثم لاحظ المثلث القائم (a b c)، ضلعاه القائمان هما المتجهان (A_x) و (A_y)، والمتجه $(\vec{A})$ يعمل على الخط المار من نقطة الأصل (0,0)؛ حيث يعد هذا الخط محور عمله.

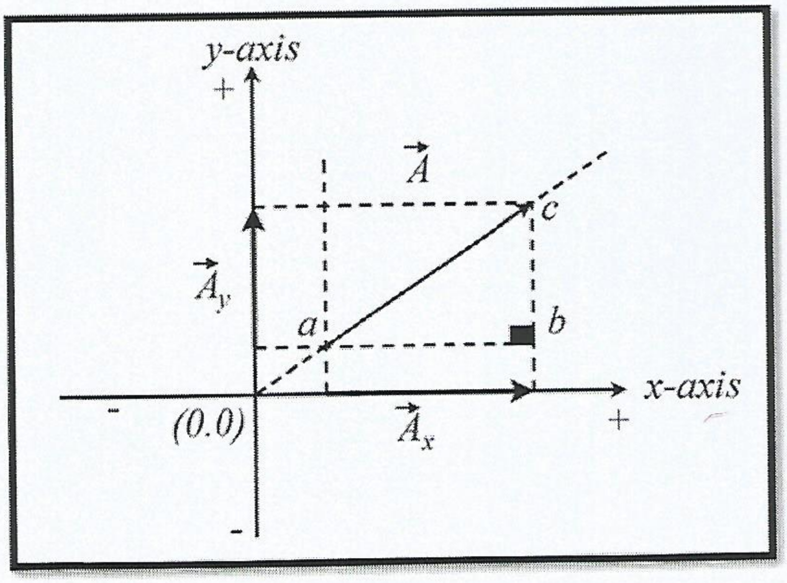
٣- بعد ذلك يمكننا استخدام خصائص المثلث القائم لكي نعبّر عن كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) من خلال النسب المثلثية للزاوية (θ) التي تحدد اتجاه المتجه $(\vec{A})$.

$$\cos(\theta) = \frac{A_x}{A}$$

[١] المقصود بنقل المتجه، تحريكه على خط تأثيره، وخط تأثير المتجه هو خط وهمي منطبق على المتجه نفسه.

وبضرب الوسطين بالطرفين نجد أن المركبة الاتجاهية السينية تساوي إلى:

$$\boxed{A_x = A\cos(\theta)} \qquad (2\text{-}10)$$



الشكل (٦- ٢) يمثل الكمية المتجهة ($\vec{A}$) على المحاور المتعامدة (x, y) ويوضح اتجاهها ومركباتها

مرة أخرى:

$$\sin(\theta) = \frac{A_y^{\text{المقابل}}}{A_{\text{الوتر}}}$$

$$\boxed{A_y = A\sin(\theta)} \qquad (2\text{-}11)$$

وبما أن المحورين (x, y) متعامدان، سنناقش الآن بعض الحالات الخاصة للزاوية (θ).

١- حينما تكون الزاوية $(\theta = 90°)$ ، هذا يؤدي إلى:

$$A_x = A\cos(90) = 0$$

أي أن المركبة السينية للمتجه تساوي الصفر، بينما:

$$A_y = A\sin(90) = A$$

أي أن المركبة الصادية للمتجه تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة الصادية (A_y).

٢- حينما تكون الزاوية $(\theta = 0°)$ ، وهذا يؤدي إلى:

$$A_x = A\cos(0) = A$$

أي أن المركبة السينية تساوي المتجه نفسه، وهي أعلى قيمة للمركبة السينية (A_x) بينما:

$$A_y = A\sin(0) = 0$$

أي أن المركبة الصادية تساوي الصفر.

ولكن على وجه العموم، قد تكون المركبتان السينية والصادية أو إحداهما موجبة أو سالبة، وذلك حسب اتجاه الكمية المتجهة الأساسية الذي لابد أن نحدده بدءاً من الزاوية $(\theta = 0)$ عند المحور السيني الموجب، ثم نكمل الحركة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وذلك بقدر زاوية المتجه.

٣- بقسمة المعادلتين (2-12) و(2-11) على بعضهما نحصل على:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{A\sin(\theta)}{A\cos(\theta)}$$

$$\boxed{\tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}} \qquad (2\text{-}12)$$

وللمعادلة (2-12) أهمية بالغة حيث تُستخدم لتحديد اتجاه المحصلة، كما يمكننا أن نستبدل فيها كلاً من (A_y) و(A_x)، بمجموع المركبات الصادية والسينية لعدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1, \vec{A}_2, \vec{A}_3, ...)$، وذلك كما يلي:

نستبدل (A_y) بالمجموع $\left(\sum A_y\right)$ حيث:

$$\sum A_y = A_{y1} + A_{y2} + A_{y3} + ...$$

وكذلك نستبدل (A_x) بالمجموع $\left(\sum A_x\right)$ حيث:

$$\sum A_x = A_{x1} + A_{x2} + A_{x3} + ...$$

وذلك حينما نقوم بتحليل عدد من الكميات المتجهة $(\vec{A}_1, \vec{A}_2, ...)$.

وأخيراً، فإن اتجاه المحصلة يمكن تحديده بمعرفة مقدار الزاوية (θ)، وذلك باستخدام المعادلة

(2-12) على النحو الآتي:

$$\tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum A_y}{\sum A_x}\right) \qquad (2\text{-}13)$$

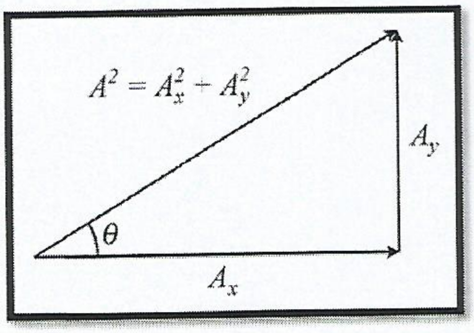
ومن خلال تحديد القيمة القياسية للطرف الأيمن للمعادلتين (2-12) و(2-13) بحسب الحالة المطلوبة يمكننا تحديد الاتجاه، سواءً كان ذلك لمتجهٍ واحدٍ أو لمحصلة مجموعة من المتجهات، فعلى سبيل التطبيق حينما يكون الطرف الأيمن للمعادلة (2-13) $(\Sigma A_y / \Sigma A_x)$ مساوياً للواحد، فإننا بعد التعويض نحصل على ما يلي:

$$tan(\theta) = 1$$

$$\theta = tan^{-1}(1)$$

$$= 45$$

وبالرجوع - مرة أخرى- إلى الشكل (٧- ٢) نجد أن أضلاع المثلث القائم (a b c) تمثل الآتي:



الشكل (٧- ٢) وفيه تظهر المركبتان (A_x) و (A_y) ضلعين قائمين للمثلث (a b c)

(A_x) و (A_y) المركبتان السينية والصادية وهما الضلعان القائمان في المثلث (a b c)، بينما المتجه $(\bar{A})$ هو : وتر المثلث، وباستخدام نظرية فيثاغورس نجد أنّ:

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$\boxed{A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \qquad (2\text{-}14)$$

وبشكل عام، ومثلما استخدمنا العلاقة (2-12) وتوصلنا إلى العلاقة (2-13)، فإننا نستخدم العلاقة (2-14) لنتوصل إلى العلاقة (2-15).

$$A = \sqrt{\left(\sum A_x\right)^2 + \left(\sum A_y\right)^2} \qquad (2\text{-}15)$$

كما يمكننا الاستفادة من هذه المعادلة لمعرفة مقدار المتجه $(\bar{A})$ في حال معرفة كلٍ من المركبتين (A_x) و (A_y) لمتجه واحد، أو المركبات (ΣA_y) و (ΣA_x) لمجموعة من المتجهات.

تطبيق ٤- ٢

غادرت أرض المطار طائرة صغيرة، وبعد مدة من الزمن أعطت إشارة إلى برج المراقبة أنها على بعد (وباتجاه يصنع زاوية (22°) من الشرق إلى الشمال)، فكم تبعد الطائرة عن برج مراقبة المطار في الاتجاهين شرقاً وشمالاً؟ انظر الشكل (٨- ٢).
(215 km

الحل Solution:

المتجه $(\vec{A})$ يمثل بعد الطائرة عن نقطة الأصل (0.0)، كما أن اتجاه الطائرة يصنع زاوية مقدارها (90°-22°) مع المحور السيني الموجب، أي أن:

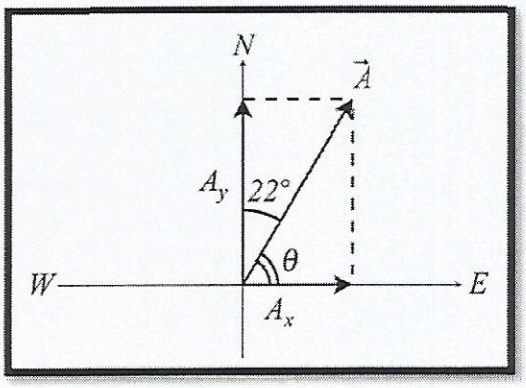
$$A = 215\,km$$

بعد الطائرة شرقاً هو : مسقط المتجه $(\vec{A})$ على المحور السيني.

$$\begin{aligned} A_x &= A\cos(\theta) \\ &= 215\cos(68) = 80.5\,km \end{aligned}$$

بعد الطائرة غرباً هو : مسقط المتجه $(\vec{A})$ على المحور الصادي.

$$\begin{aligned} A_y &= A\sin(\theta) \\ &= 215\sin(68) = 199.34\,km \end{aligned}$$



الشكل (٨- ٢)، التطبيق (٤- ٢)

وسوف نتأكد من صحة الحل بطريقة معاكسة، مستفيدين من العلاقات (2-13) و(2-14):

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$
$$= \sqrt{(80.5)^2 + (199.34)^2}$$
$$= 215\,km$$
$$\tan(\theta) = \frac{A_y}{A_x}$$
$$= \frac{199.34}{80.5} = 2.476$$
$$\theta = \tan^{-1}(2.476) = 68°$$

٥- ٢ متجهات الوحدة للإطلاع فقط (Unit Vectors :

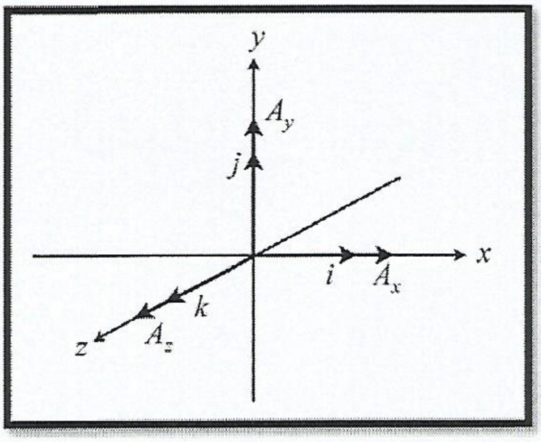
إنَّ تمثيل الكمية المتجهة، سواء في المستوي أو في الفراغ، يمكن أن يتمَّ باستخدام نظام المحاور الثلاثية المتعامدة (x, y, z) مع متجهات الوحدة الخاصة بها، أي أننا نمثل المتجه بُعدياً. والمقصود بالتمثيل تعيين المتجه مقداراً واتجاهاً، وهذا ما يدعو إلى اعتماد متجهات الوحدة على المحاور الثلاثية المتعامدة للتعبير عن الكمية المتجهة. إنَّ مقدار كل واحدٍ منها يساوي الواحد تماماً، وهذا هو سبب تسميتها بمتجهات الوحدة unit vectors بينما تكون الزاوية قائمة بين كلٍ منها. وبهدف تمييزها من محور لآخر فقد تمَّ الاتفاق على اعتماد الأحرف الإنكليزية الثلاثة المتعاقبة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ على المحاور المتعامدة (x, y, z) على التتالي للتعبير عن هذه المتجهات.

إن اعتماد متجهات الوحدة $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$، مفيدٌ جدًا، ولاسيِّما للتعبير عن مركبات الكميات المتجهة المتعددة. مثلما هو مقيد للتعبير عن الكمية المتجهة الواحدة، حيث $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$ هما متجها الوحدة على المحورين (x,y)، بينما (A_x) و(A_y) هما المركبتان العدديتان للمتجه $.(A)$

إن نظام المحاور الثلاثية المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة، يمكن تمثيله على النحو المبيّن في الشكل (٩- ٢).

وباستخدام هذه الطريقة يمكن التعبير عن أي كمية متجهة سواء على المحاور الديكارتية أو على المحاور الثلاثية المتعامدة على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + \hat{A}_z\hat{k} \qquad (2\text{-}16)$$



الشكل (٩- ٢) يبين المحاور المتعامدة باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i},\hat{j},\hat{k})$ ويلاحظ أن متجهات الوحدة متعامدة مع بعضها البعض أيضاً

فعلى سبيل التطبيق لو أردنا أن نعبِّر عن الشكل (٧- ٢) السابق باستخدام متجهات الوحدة، فإن المركبتين المتجهتين $(\vec{A}_x)$ و $(\vec{A}_y)$ يمكن إعادة كتابتهما على النحو الآتي:

$$A = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} \qquad (2\text{-}17)$$

أما على المحاور الثلاثية المتعامدة، فتأمل التطبيق الآتي (٥- ٢).

تطبيق ٦- ٢ <u>للإطلاع فقط</u>

تأمل المتجه $(\vec{A})$ بمركباته الثلاثة في العلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$$

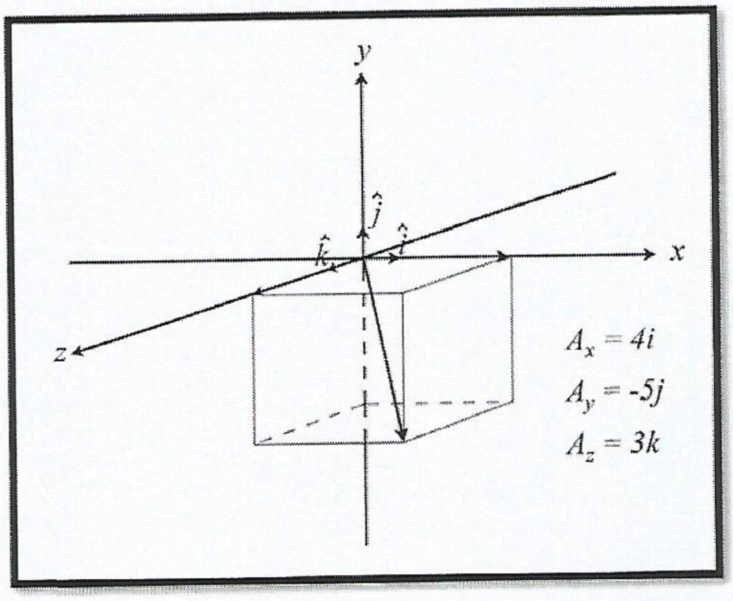
نلحظ أن المركبات الاتجاهية الثلاثة هي:

$$+4\hat{i}, -5\hat{j}, 3\hat{k}$$

كما نلحظ أن مركباتها القياسية:

$$+4, -5, +3$$

ومن الممكن عملياً تمثيل ذلك على المحاور المتعامدة (x, y, z)، انظر الشكل (١٠- ٢):



الشكل (١٠- ٢) يبين كيف يمكن تمثيل المتجه $(\vec{A})$ في الفراغ
باستخدام المحاور الثلاثية المتعامدة مع متجهات الوحدة

٧- ٢ جمع الكميات المتجهة بطريقة جمع مركباتها Adding Vectors by Adding their Components:

يمكننا أن نستعرض هذه المسألة المهمة، وذلك باستخدام ثلاث متجهات $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ و$(\vec{C})$ معبِّرين عنها بالعلاقات الرياضية الآتية:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \qquad (2\text{-}18)$$

$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \qquad (2\text{-}19)$$

$$\vec{C} = C_x\hat{i} + C_y\hat{j} + C_z\hat{k} \qquad (2\text{-}20)$$

إنّ المعادلات الرياضية التي نستخدمها لإيجاد محصلة المتجهات الثلاثة هي:

$$R_x = A_x + B_x + C_x \qquad (2\text{-}21)$$

$$R_y = A_y + B_y + C_y \qquad (2\text{-}22)$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z \qquad (2\text{-}23)$$

$$\boxed{\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}} \qquad (2\text{-}24)$$

ومعنى ذلك أنَّ محصلة المركبات(x,y,z) كلاً على انفراد، وهي:(R_x,R_y,R_z)، تمثل مُركبات متجه المحصلة $(\vec{R})$ القياسية بدلالة متجهات الوحدة $(\hat{i},\hat{j},\hat{k})$.

تطبيق ٧- ٢

أوجد متجه المحصلة $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهات الثلاثة الآتية:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 6\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = \hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$

الحل Solution:

$$R_x = 4 + 3 + 1 = 8$$
$$R_y = 6 + 3 - 4 = 5$$
$$R_z = 2 - 2 + 2 = 2$$

وهكذا نجد أنَّ:

$$\vec{R} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

٨- ٢ ضرب الكميات المتجهة Vectors Product:

بدايةً، لا بد من التأكيد على أن هناك نوعين اثنين من أنواع ضرب الكميات المتجهة وهما: الضرب القياسي، والضرب الاتجاهي. وسنفرد فقرةً خاصةً لكلٍ منهما.

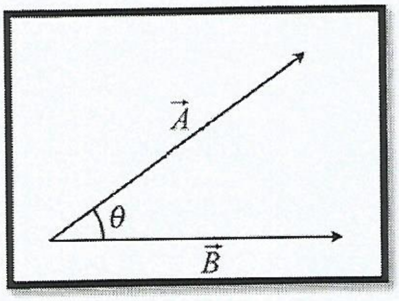
١- ٨- ٢ الضرب القياسي (.) Dot Product:

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب : كمية عددية scalar، ومعنى ذلك أن حاصل ضرب كميتين اتجاهيتين ضرباً قياسياً (.) ينتج عنهما كميةً عددية، ويُعبَّر عن الضرب القياسي بالمعادلة الآتية:

$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos(\theta)} \qquad (2\text{-}25)$$

حيث إن $(\vec{A})$ و$(\vec{B})$ يمثلان الكميتين الاتجاهيتين، و(θ) هي الزاوية المحصورة بينهما[1]، وتُقرأ $(\vec{A}\,dot\,\vec{B})$، انظر الشكل (١١- ٢).

[1] يطلق على الزاوية (θ) في بعض المصادر "الزاوية الصغرى" لتمييزها عن الزاوية الأخرى بين المتجهين وهي $(360° - \theta)$.



الشكل (١١- ٢) الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$

ملحوظة: في حالة الجمع، إذا كانت الزاوية أكثر من $(90°)$ بين المتجهين فإننا نأخذ الزاوية الخارجية بينهما، وقياس الزاوية يبدأ من المحور السيني الموجب، كما يمكننا التأكد مرة أخرى، وذلك لأن جيب تمام الزاوية الداخلية يكون مقداراً سالباً.

مثلما يعد أيضاً من التطبيقات المباشرة على الضرب القياسي حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة، ولا بد في هذا المقام من التأكيد على ما يلي:

١- $\hat{i}.\hat{i} = |1||1|\cos(\theta) = |1||1|\cos(0) = 1$

٢- $\hat{i}.\hat{j} = |1||1|\cos(90) = 0$

٣- $\hat{i}.\hat{k} = |1||1|\cos(90) = 0$

ومعنى ذلك أن القيمة القياسية لمتجهات الوحدة هي:

$$|i| = |j| = |k| = 1$$

كما أن الزاوية بين أي متجهين منها هي زاوية قائمة، والزاوية بين المتجه ونفسه تساوي الصفر.

٤- كما نؤكد على ضرورة ملاحظة الحالة العامة للتعبير عن الضرب الاتجاهي التي استخدمناها في حل التطبيق وهي:

$$\boxed{\vec{A}.\vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})}$$

حيث إن:

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$$

وهذا ما استخدمناه لحساب الطرف الأيمن في التطبيق (٧- ٢)، مع مراعاة الخاصة التوزيعية في الضرب distribution law.

تطبيق ٨- ٢

أوجد مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

الحل Solution:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos(\theta)$$
$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$$
$$B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} = 3.6$$

من ناحية أخرى:

$$\begin{aligned}\vec{A}.\vec{B} &= (A_x\hat{i} + A_y\hat{j})(B_x\hat{i} + B_z k)\\ &= (3\hat{i} - 4\hat{j})(-2\hat{i} + 3\hat{k})\\ &= (3\hat{i}).(-2\hat{i}) + (3\hat{i}).(3\hat{k}) + (-4\hat{j}).(-2\hat{i}) + (-4\hat{j}).(3\hat{k})\\ &= (-6)(1) + (9)(0) + 8(0) - (12)(0) = -6\end{aligned}$$

وهكذا بالتعويض نجد أنّ:

$$\cos(\theta) = \frac{-6}{18} = -0.333$$
$$\theta = \cos^{-1}(-0.333) = 110^\circ$$

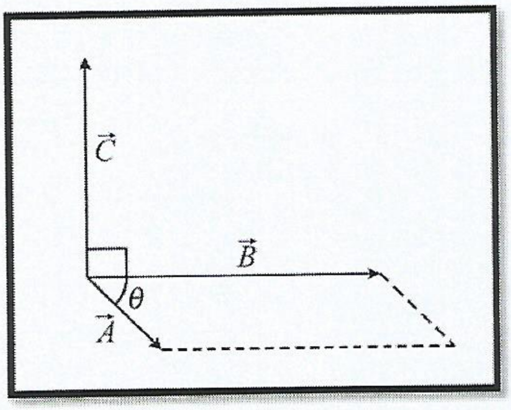
أي أنَّ الزاوية بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ هي $(\theta = 110^\circ)$.

٢- ٨- ٢ الضرب الاتجاهي Cross Product (X)

لقد سُميت العملية بهذا الاسم لأن ناتج الضرب : كمية اتجاهية vector ، ومعنى ذلك، أن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين هو متجه ثالث ، اتجاهه يكون عمودياً على المستوى الذي يحوي المتجهين المضروبين ببعضهما ، أما مقدار المتجه الجديد فيعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = |A||B|\sin(\theta)} \qquad (2\text{-}26)$$

حيث (C) تمثل مقدار الكمية المتجهة الجديدة، و (θ) تمثل الزاوية الصغرى المحصورة بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ ، انظر الشكل (١٢- ٢)، وتقرأ $(\vec{A}\ cross\ \vec{B})$.



الشكل (١٢- ٢) ويمثل الضرب الاتجاهي لكميتين اتجاهيتين ($\vec{A}$) و($\vec{B}$)

أما اتجاه المتجه $(\vec{C})$ فيمكن معرفته باستخدام قاعدة اليد اليمنى، انظر الشكل (١٢-٢)، مع ضرورة أن يبقى منفرداً لتحديد اتجاه حاصل الضرب الاتجاهي، وعملية الترتيب هنا مهمة جدًا، بمعنى أن المتجه الأول (A) تمثله أصابع اليد اليمنى والثاني (B) تمثله راحة اليد اليمنى، ويمثل الإبهام اتجاه المتجه الجديد (C)، وهذا ما يؤكد ضرورة الانتباه إلى الآتي:

$$\vec{B}\times\vec{A}=-\vec{A}\times\vec{B}$$ غير تبادلية (2-27)

كما أن التعبير الرياضي عن عملية الضرب الاتجاهي باستخدام متجه الوحدة يكون على الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{A}\times\vec{B}=(A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k})\times(B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k})} \quad (2\text{-}28)$$

ويمكننا إيجاد $(\vec{A}\times\vec{B})$ باعتماد خاصية التوزيع distribution law، ومن الضروري جداً أن نؤكد هنا أن الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة في النظام الثلاثي المتعامد (x,y,z) هو أوضح وأقرب تطبيق على التطبيق المباشر لهذا النوع من الضرب، فعلى سبيل التطبيق: لو أردنا أن نجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$ فهذا يقتضي:

$$\hat{i}\times\hat{j}=|i||j|sin(\theta)$$

ولكن:

$$|i|=|j|=1$$

كما أن الزاوية بينهما تساوي $(\theta=90°)$، إذن المتجه الثالث $(\hat{k})$ هو المتجه العمودي على المستوى الذي يحتوي المتجهين $(\hat{i})$ و$(\hat{j})$ وهكذا نجد أن:

$$i \times j = |1||1|\sin(90) = 1(\hat{k}) = \hat{k}$$

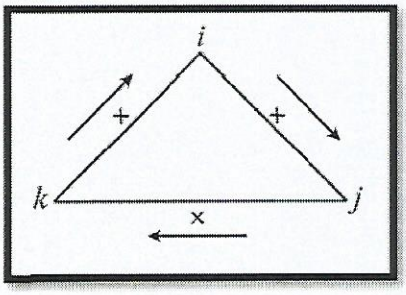
من الواضح أنّ مقدار المتجه الجديد يساوي الواحد ، أما اتجاهه فهو اتجاه $(\hat{k})$ أي منطبق على المحور (z). ويمكننا أن نستنتج بيسرٍ وسهولة كلاً مما يلي:

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \tag{2-29}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \tag{2-30}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} \tag{2-31}$$

ومن الممكن تسهيل ذلك كلّه باستخدام المثلث السهل المبيّن في الشكل (١٣- ٢).



الشكل (١٣- ٢) ويبين الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة (i) و(j) و(k)

تطبيق ٩- ٢

لديك المتجهان المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} - 4\hat{j}$$
$$\vec{B} = -2\hat{i} + 3\hat{k}$$

أوجد المتجه الجديد: $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$

الحل Solution:

$$\begin{aligned}
\vec{C} &= \vec{A} \times \vec{B} = (3\hat{i} - 4\hat{j}) \times (-2\hat{i} + 3\hat{k}) \\
&= -(3\hat{i} \times 2\hat{i}) + (3\hat{i} \times 3\hat{k}) + (4\hat{j} \times 2\hat{i}) - (4\hat{j} \times 3\hat{k}) \\
&= 0 + 9(-\hat{j}) + 8(-\hat{k}) - 12(\hat{i}) \\
\vec{C} &= -12\hat{i} - 9\hat{j} - 8\hat{k}
\end{aligned}$$

الملحوظات المهمة في هذا التطبيق، والتي نلفت الانتباه إليها ، هي الآتي:

$$\boxed{\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0} \tag{2-32}$$

ذلك أن: $\hat{i} \times \hat{i} = |1||1|\sin(0) = 0$

وكذلك بالنسبة لكل من $(\hat{j} \times \hat{j})$ و $(\hat{k} \times \hat{k})$.

الخلاصة

Summary

- الكمية القياسية: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها، ويمكننا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات القياسية المتجانسة؛ القوانين الجبرية الاعتيادية.
- الكمية المتجهة: هي الكمية التي يمكن تعيينها تعييناً كاملاً بمعرفة مقدارها ووحدة قياسها واتجاهها ونقطة تأثيرها ومحور عملها. ويتحتم علينا أن نستخدم مع مجموعة من الكميات المتجهة المتجانسة القوانين الخاصة بها.
- محصلة عدد من الكميات المتجهة: يمكننا إيجاد محصلة عدد من الكميات المتجهة المتجانسة بمعرفة مركباتها السينية ومركباتها الصادية على المحاور الديكارتية على النحو الآتي:

$$\sum A_x = A_{1x} + A_{2x} + ...$$
$$\sum A_y = A_{1y} + A_{2y} + ...$$
$$tan(\theta) = \frac{\sum A_y}{\sum A_x}$$

متجهات الوحدة: يمكننا أن نعبّر عن عدد من الكميات المتجهة المتجانسة في المستوي أو في الفراغ باستخدام متجهات الوحدة (i, j, k) على النحو الآتي:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$$
$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k$$
$$\vec{C} = C_x i + C_y j + C_z k$$

حيث تساوي القيمة المطلقة لكل منها الواحد، كما أنّ الزاوية بين كل منها والآخر تساوي تسعين درجة، كما أن محصلة هذه الكميات المتجهة تكون على النحو الآتي:

$$\vec{R} = R_x i + R_y j + R_z k$$

- قانون الجيب تمام: ويستخدم لإيجاد حاصل جمع متجهين (B, A)، ويُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{C} = A^2 + B^2 + 2AB\,cos(\theta)$$

حيث (A) هي المقدار العددي للمتجه الأول، (B) المقدار العددي للمتجه الثاني، (θ) الزاوية المحصورة بين المتجهين.

- الضرب القياسي: إنّ ناتج الضرب القياسي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضيا على الشكل الآتي:

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|cos(\theta)$$

حيث $|A|$ هي القيمة المطلقة للمتجه الأول، $|B|$ هي القيمة القياسية المطلقة للمتجه الثاني، (θ) هي الزاوية المحصورة بينهما، وناتج الضرب هو كمية عددية.

- الضرب الاتجاهي: إنَّ ناتج الضرب الاتجاهي لمتجهين (B,A) يُعبّر عنه رياضياً على الشكل الآتي:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B|sin(\theta)$$

وناتج الضرب هو : كمية اتجاهية ثالثة $(\vec{C})$ عمودية على المستوي الذي يحوي المتجهين (B,A) يمكن تحديد مقداره باستخدام هذه العلاقة الرياضية، كما يمكن تحديد اتجاهه باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

الاختبارات الذاتية

Self Test Exams

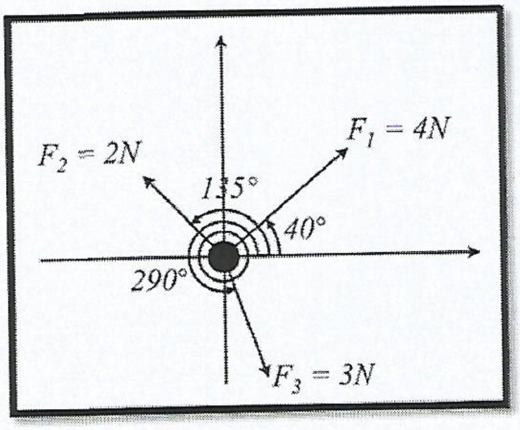
ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من جدارته في المقدرة الفعلية على فهم واستيعاب الكميات القياسية والكميات المتجهة، تم تخصيص أربعة اختبارات ذاتية.

الاختبار الذاتي الأول:

أثرت ثلاث قوى $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$ على جسم كتلته (m)، انظر الشكل (١٤- ٢).

١- أوجد حسابياً مقدار القوة المؤثرة على الجسم.

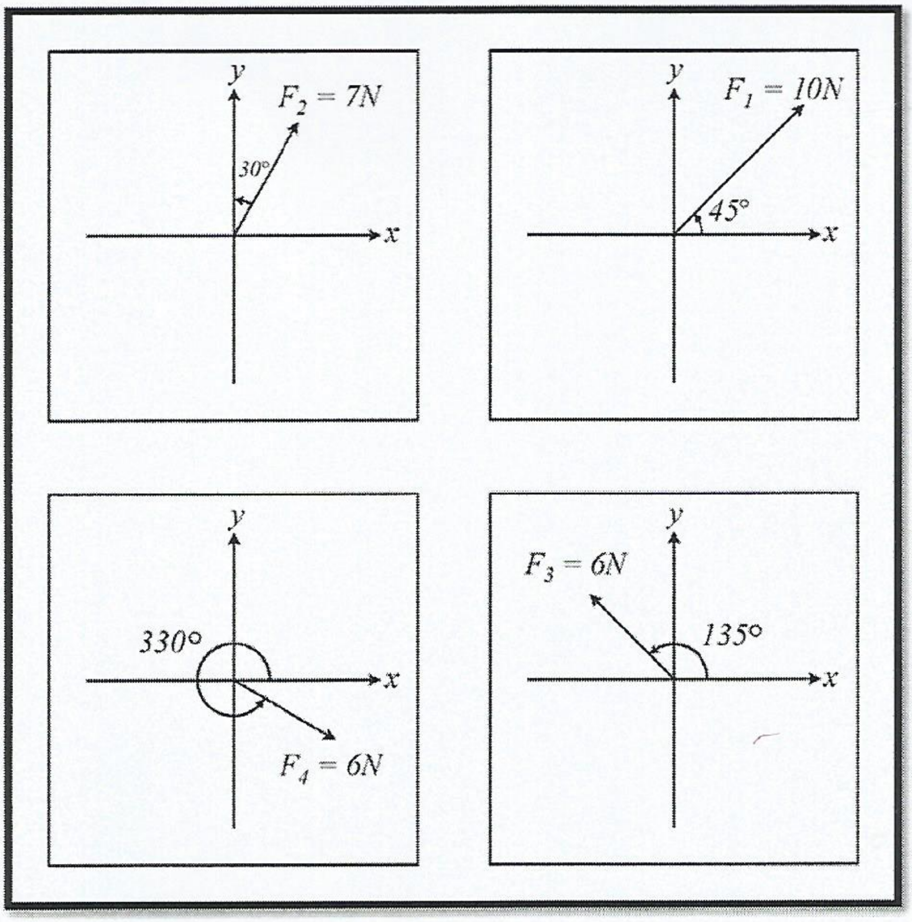
٢- حدد اتجاه هذه القوة.



الشكل (١٤- ٢) الاختبار الذاتي الأول

الاختبار الذاتي الثاني:

أوجد حسابياً المركبة السينية **x-component**، والمركبة الصادية **y-component** لكل واحدة من القوى الموضحة في الشكل (٢٢- ٢).



الشكل (١٥- ٢) الاختبار الذاتي الثاني

الاختبار الذاتي الثالث:

بعد أن أوجدت حسابياً المركبات السينية والصادية لمجموعة القوى المستوية في الشكل (١٥- ٢)، أوجد حسابياً:

١- محصلة مجموع القوى على المحور السيني $\sum F_x$.

٢- محصلة مجموع القوى على المحور الصادي $\sum F_y$.

٣- أوجد محصلة مجموع هذه القوى، ثم حدد اتجاهها مستعيناً بطريقة الرسم.

الاختبار الذاتي الرابع:

إذا كان لديك $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفين على النحو الآتي:

$$\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$$
$$\vec{B} = -3\hat{i} + 3\hat{j}$$

أوجد حسابياً كلاً مما يلي:

١- المتجه $(3\vec{A})$، والمتجه $(2\vec{B})$.

٢- المقدار العددي لكلٍ من المتجه $(\vec{A})$ والمتجه $(\vec{B})$.

٣- المتجه $(\vec{A}+\vec{B})$ والمتجه $(\vec{A}-\vec{B})$.

٤- مقدار الزاوية (θ) بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

٥- ناتج الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A}.\vec{B})$.

٦- ناتج الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A}\times\vec{B})$.

ملحوظة: ينبغي للمتدربين المحاولة الجادة في حل مسائل الاختبار الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثانية
Unit Two Exercises & Problems

١- ٢ إذا كان مقدار المتجه $(\vec{A})$ يساوي (7) وحدات قياسية، ويصنع زاوية مقدارها (250°) باتجاه عقارب الساعة بدءاً من الاتجاه الموجب للمحور السيني ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y) ثم أوجد مركبتيه السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$.

٢- ٢ إذا كانت المركبتان السينية والصادية للمتجه $(\vec{A})$ هما:

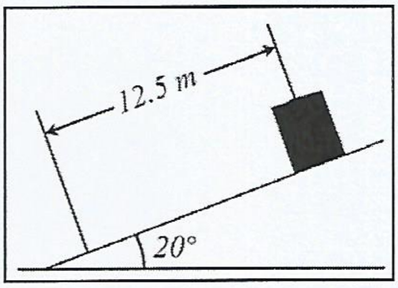
$$x = -25$$
$$y = 40$$

١- أوجد حسابياً المقدار العددي للمتجه $(\vec{A})$.

٢- أوجد حسابياً مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{A})$ والمحور السيني الموجب.

٣- ٢ يبلغ مقدار طول متجه الإزاحة لجسم متحرك $(\vec{R})$ $(15m)$ ويصنع زاوية قدرها $(30°)$ مع المحور السيني الموجب، ارسم هذا المتجه مستخدماً المحورين (x,y)، ثم أوجد حسابياً مركبتيه السينية والصادية.

٤- ٢ قطعة معدنية ثقيلة على شكل آلة، دفعت على سطح مائل إلى الأعلى مسافة $(12.5m)$ حيث تبلغ زاوية الميل $(20°)$، انظر الشكل (١٦- ٢).



الشكل (١٦- ٢)، المسألة (٤- ٢)

١- أوجد حسابياً المسافة التي ارتفعتها القطعة المعدنية إلى الأعلى بعد الدفع.

٢- أوجدحسابياً المسافة التي تحركتها القطعة أفقياً بعد الدفع.

٥- ٢ إذا كان لديك متجها الإزاحة $(\vec{C})$ و $(\vec{D})$ ولهما المركبات الآتية مقيسة بالمتر:

$$C_x = 7.4, \quad C_y = 3.8, \quad C_z = -6.1$$
$$D_x = 4.4, \quad D_y = 2.0, \quad D_z = 0$$

أوجد حسابياً مركبات المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين.

٦- ٢ لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$\vec{B} = -13\hat{i} + 7\hat{j}$$

١- أوجد حسابياً حاصل جمع المتجهين باستخدام متجهات الوحدة $(\hat{i})$ و $(\hat{j})$.

٢- أوجد حسابياً مقدار واتجاه المحصلة $(\vec{R})$ التي تمثل $(\vec{A} + \vec{B})$.

٧- ٢ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

$$\vec{B} = 5\hat{i} - \hat{j}$$

أوجد حسابياً المركبتان السينية والصادية، ثم احسب مقدار واتجاه كل من:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{R} = \vec{B} - \vec{A}$$

٨- ٢ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{B} = -\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$$

أوجد حسابياً: ١- $(\vec{A} + \vec{B})$.

٢- $(\vec{A} - \vec{B})$.

٣- عرّف المتجه الجديد $(\vec{C})$ حيث إن:

$$\vec{A} - \vec{B} + \vec{C} = 0$$

٩- ٢ إذا كان لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ حيث إن:

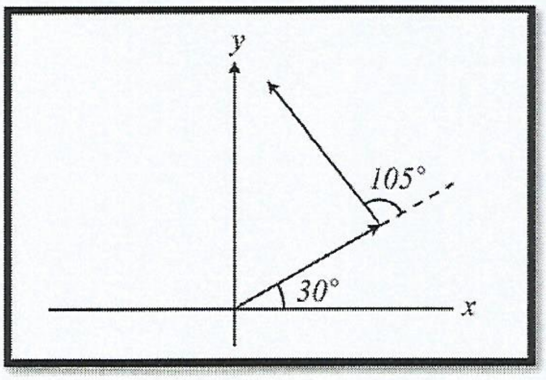
$$\vec{A} - \vec{B} = 2\vec{C}$$

$$\vec{A} + \vec{B} = 4\vec{C}$$

$$\vec{C} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$$

عرّف المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

١٠- ٢ المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والموضوعان في الشكل (١٧- ٢) لهما نفس الكمية (10) وحدات، ولهما الاتجاهان المبينان بالشكل الموضّح.



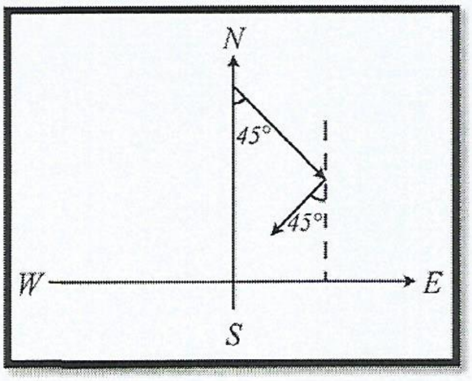
الشكل (١٧- ٢)، المسألة (١٠- ٢)

١- أوجد المتجه $(\vec{R})$ الذي يمثل حاصل جمع المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

٢- أوجد المركبتين السينية والصادية للمتجه $(\vec{R})$.

٣- أوجد مقدار الزاوية بين المتجه $(\vec{R})$ والمحور السيني الموجب.

١١- ٢ لاعب غولف احتاج إلى ثلاث محاولات لإدخال الكرة في الحفرة المخصصة لها. كانت المحاولة الأولى على مسافة $(12m)$ شمالاً، والمحاولة الثانية $(6\,m)$ شمال شرق، والمحاولة الثالثة $(3m)$ جنوب غرب، ما المسافة المطلوبة لإدخال الكرة في موضعها الصحيح بمحاولة واحدة؟. انظر الشكل (١٨- ٢).



الشكل (١٨- ٢)، المسألة (١١- ٢)

١٢- ٢ استخدم التعبير الرياضي لكل من الضرب القياسي والضرب الاتجاهي كي تتحقق من صحة النتائج الآتية:

-1 $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

-2 $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$

-3 $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$

-4 $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\ \ \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j},\ \ \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i}$

٢ -١٣ إذا كانت القيمة القياسية للمتجه $(\vec{A})$ تساوي (10) وحدات، والقيمة القياسية للمتجه $(\vec{B})$ تساوي (6) وحدات، ومقدار الزاوية بينهما $(60°)$، أوجد:

١- حاصل الضرب القياسي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

٢- مقدار حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$.

٢ -١٤ إذا كان لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ والمعرفان على الشكل الآتي:

$$\vec{A}=3\hat{i}+3\hat{j}+3\hat{k}$$
$$\vec{B}=2\hat{i}+\hat{j}+3\hat{k}$$

استخدم كلاً من:

$$\vec{A}.\vec{B}=|A||B|cos(\theta)$$
$$\vec{A}.\vec{B}=A_x\,B_x+A_y\,B_y+A_y\,B_y$$

وذلك لحساب الزاوية المحصورة بينهما.

٢ -١٥ لديك المتجهان $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ المعرفان على النحو الآتي:

$$\vec{A}=3\hat{i}+5\hat{j}$$
$$\vec{B}=2\hat{i}+4\hat{j}$$

أوجد كلاً من:

$1-\quad \vec{A}\times\vec{B}$

$2-\quad \vec{A}.\vec{B}$

$3-\quad (\vec{A}+\vec{B}).\vec{B}$

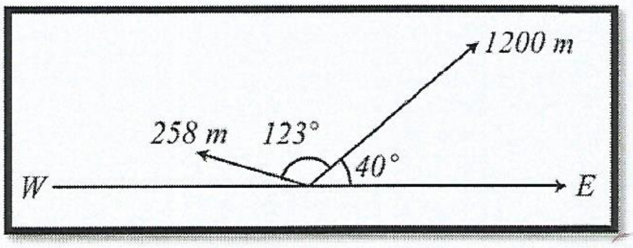
مسائل اختيارية

Optional Problems

٢ -١ رصدت محطة رادار طائرة قادمة من جهة الشرق مباشرة خلال موقعين، وذلك على النحو الآتي:

١- على بعد $(1200\,m)$ وبزاوية مقدارها $(40°)$.

٢- استمر الرادار بالرصد وبعد زاوية قدرها $(123°)$ من نقطة الرصد الأولى سجل بعداً قدره $(258\,m)$ ، انظر الشكل (١٩- ٢)، أوجد حسابياً المسافة التي قطعتها الطائرة بين نقطتي الرصد.



الشكل (١٩- ٢)

٢ -٢ لديك المتجهات الثلاثة $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ و $(\vec{C})$ المعرفة على النحو الآتي:

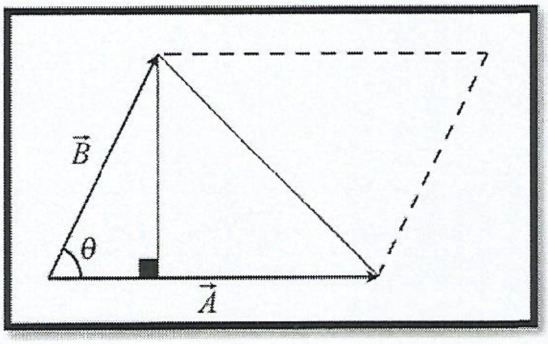
$$\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$$
$$\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

أوجد كلاً من:

$$\vec{A}\times(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}),\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})$$

٢ -٣ أثبت أن مساحة المثلث الواقع بين المتجهين $(\vec{A})$ و $(\vec{B})$ في الشكل (٢٠- ٢) تساوي:

$$\frac{1}{2}\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|$$



الشكل (٢٠- ٢)

الوحدة الثالثة

القوة و الحركة

الوحدة الثالثة

القوة والحركة

Force & Motion

٣ -١ المقدمة **Introduction**:

تهدف هذه الوحدة إلى تقديم المفهوم المناسب لقوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، كما تهدف إلى بيان علاقة القوة بالحركة، وذلك من خلال تقديم المفاهيم المناسبة لجميع الكميات الفيزيائية المسهمة فيها، كالإزاحة والسرعة والتسارع وربط ذلك بقوانين نيوتن في ا لحركة[١].

إنَّ علم الميكانيك mechanics يعتمد أساساً على مفهومي القوة force والحركة motion وعلاقتهما ببعضهما البعض، وبيان مفهوم القوة يعتمد على توضيح قوانين نيوتن الثلاثة وإدراك معانيها وربطها بقوانين الحركة.

ولا بد من التأكيد في هذا المقام أنَّ قوانين نيوتن الثلاثة تبقى صحيحة وتُطبق على نطاق واسع جداً باستثناء حالتين، نوردهما هنا على سبيل التذكير فقط، وهما:

١- الحالة الأولى: إذا كانت الأجسام متناهيةً في الصغر microscopic، وهي تلك الأجسام التي يتعذر رؤيتها بالعين المجردة كالذرات مثلاً atoms، أو الجزيئات molecules، إذ أن ميكانيك هذه الأجسام يتم دراسته باستخدام ما يعرف بـ "ميكانيك الكم quantum mechanics".

٢- الحالة الثانية: إذا كانت الأجسام تسير بسرعة عالية جداً بحيث تكون سرعتها قريبة من سرعة الضوء speed of light، عندئذ تعالج حركة هذه الأجسام وفقاً لقوانين النسبية relativity.

وبعد أن يكمل المتدرب دراسة هذه الوحدة، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلالها، ويقوم بنفسه بحل أسئلة الاختبار الذاتي الموجودة في نهايتها، ويقارن حلوله مع الحلول النموذجية المرفقة في الملحق (د)، بعد ذلك كله نتوقع أن يكون المتدرب قادراً على:

١- أن يصف الفروق بين كلٍ من الإزاحة والمسافة، والسرعة المتوسطة والسرعة الآنية، والتسارع المتوسط والتسارع الآني.

---

[١] تخصص عادة وحدة مستقلة لدراسة قوانين نيوتن في الحركة، وأخرى خاصة لأنماط الحركة، ولكن اقتصر في هذه الوحدة على نوع من أنماط الحركة، وتم دمجها مع قوانين نيوتن، لصلتها المباشرة بها.

٢- أن يفسِّر العلاقات الرياضية التي تصف حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت، بدلالة الكميات الفيزيائية المعبِّرة عنها.

٣- أن يذكر المفهوم الصحيح للقوة على أنَّها كمية اتجاهية تنطبق عليها الصفات الأربع للمتجه.

٤- أن يميِّزَ المتدرب بين قوانين نيوتن الثلاثة ولاسيَّما عند استخدامها عملياً، وذلك من خلال الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة.

٥- أن يصف كلاً من الاحتكاك الحركي والاحتكاك الساكن.

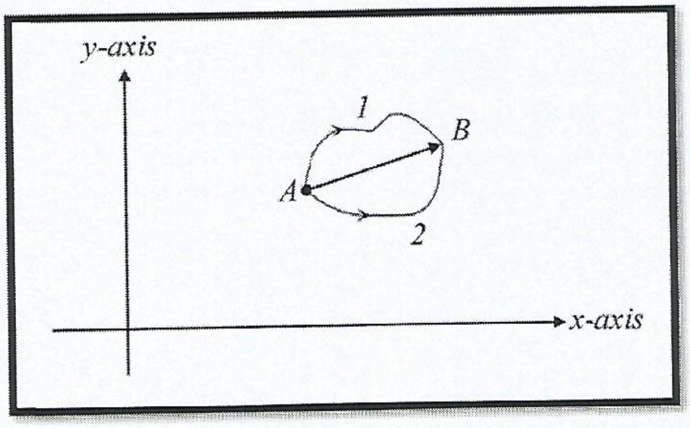
٦- أن يشرح معنى الكتلة القصورية وكتلة الجذب للجسم.

وسنعرض فيما يلي المفاهيم الأساسية المطلوبة لدراسة الحركة على خط مستقيم، كما سنعرض قوانين نيوتن الثلاثة، ونوضح علاقتها بالحركة على خط مستقيم.

٢- ٣ الإزاحة Displacement:

حينما يتحرك جسم مادي بين نقطتين مثل A وB، انظر الشكل (١- ٣)، فإن إزاحته displacement هي الخط المستقيم الواصل بين النقطتين المذكورتين، وذلك للانتقال من النقطة A إلى النقطة B.

فعلى سبيل التطبيق بإمكان الجسم المادي المتحرك أن يسلك الطريق (١) أو الطريق (٢) الموضحين في الشكل (١- ٣)، حيث يمثل كلٌ منهما ما نطلق عليه المسافة distance، ولكن تبقى إزاحته معرَّفة على النحو الآتي: هي المتجه الواصل بين النقطتين A وB، بدايته عند النقطة A، ونهايته عند النقطة B، أي أنَّها : التغيير الصافي في موضع الجسم المادي المتحرك.



الشكل (١- ٣) يبين الفرق بين متجه الإزاحة ومفهوم المسافة

٣-٣ السرعة المتوسطة Average Velocity:

السرعة المتوسطة average velocity والتي عادة ما نشير إليها بالرمز $(\bar{v})$، وهي : النسبة بين إزاحة الجسم المتحرك (Δx) والزمن المحدد (Δt) الذي يستغرقه الجسم كي يقطع تلك الإزاحة. أي أنّ:

$$\boxed{\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}} \qquad (3\text{-}1)$$

وهذا ما يشير رياضياً إلى أن السرعة المتوسطة $(\bar{v})$ هي : ميل الخط البياني للمتغيرين (x, t)، حيث إن النقطة النهائية تمثلها الإحداثيات (x_2,t_2) والنقطة الابتدائية تمثلها الإحداثيات (x_1,t_1)، وهاتان هما نقطتان يمر بهما الخط المستقيم المطلوب معرفة ميله، ويمكن التعبير عن ذلك بصفة عامة بالمعادلة الآتية:

$$x = f(t) \qquad (3\text{-}2)$$

ومعنى ذلك أن (x) هيَ تابع function للزمن (t)، ومن الواضح أن (x) تمثل الإزاحة. وأخيراً لا بد من التأكيد على أن السرعة المتوسطة هي كمية اتجاهية vector.

تطبيق ١- ٣

إذا كان موقع الجسم المادي المتحرك كتابع للزمن تمثله العلاقة الرياضية الآتية:

$$x = 3t - 4t^2 + t^3$$

١- حدد موقع الجسم المتحرك بعد زمن قدره $(1,2,3,4)$ ثانية.

٢- حدد إزاحة الجسم المتحرك بين الزمنين $(t_1 = 0)$ و $(t_2 = 4s)$.

٣- حدد السرعة المتوسطة للجسم بين الفترتين $(t_1 = 2s)$ و $(t_2 = 4s)$.

الحل Solution:

-1

$x(1\ s) = 3(1) - 4(1)^2 + (1)^3 = 0$

$x(2\ s) = 3(2) - 4(2)^2 + (2)^3 = -2\ m$

$x(3\ s) = 3(3) - 4(3)^2 + (3)^3 = 0$

$x(4\ s) = 3(4) - 4(4)^2 + (4)^3$

$= 12 - 64 + 64 = 12\ m$

-2

$\Delta x = x(4\ s) - x(0\ s)$

$\Delta x = 12\ m - 0 = 12\ m$

-3

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{12\,m}{4\,s} = 3(m/s)$$

$$\Delta x = x(4\,s) - x(2\,s) = 12 - (-2) = 14\,m$$

$$\Delta t = 4\,s - 2\,s = 2\,s$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14\,m}{2\,s} = 7(m/s)$$

٤- ٣ السرعة الآنية Instantaneous Velocity:

يعد هذا المفهوم متأتياً عن مفهوم السرعة المتوسطة average velocity وذلك حينما يتقلص المجال الزمني للحركة ليصبح عند لحظة بدايتها، ويمكن التعبير عن ذلك رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{v = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}} \qquad (3\text{-}3)$$

وهكذا نجد أن السرعة الآنية (v) في المعادلة (3-3) هي : المشتقة الأولى لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل التطبيق الآتي:

تطبيق ٢- ٣

جزيئة متحركة على المحور السيني، تمّ تحديد موقعها بالعلاقة الرياضية:

$$x = 2 - 2t + 4t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني.

أوجد حسابياً سرعة الجزيئة عند الزمن $t = 1\ s$.

الحل Solution:

السرعة عند الزمن $t = 1\ s$ هي سرعة الجزيئة الآنية إذن:

$$\begin{aligned} v(1s) &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2 - 2t + 4t^2) \\ &= -2 + 8t = -2 + 8(1) \\ &= 6(m/s) \end{aligned}$$

٥- ٣ التسارع Acceleration:

حينما تتغير سرعة جسم متحرك من السرعة الابتدائية (v_1) إلى السرعة النهائية (v_2) فإننا نقول في هذه الحالة بأن الجسم قد خضع لعملية تعجيل أو تسارع، ومن الممكن عندئذٍ تعريف التسارع المتوسط average acceleration والذي يشار إليه عادة بالرمز $(\bar{a})$ على النحو الآتي:

$$\boxed{\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad (3\text{-}4)$$

أما التسارع اللحظي instantanous acceleration فهو:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}} \qquad (3\text{-}5)$$

أي أن التسارع اللحظي كما هو واضح من المعادلتين (3-3) و(3-5) يعبِّر عن المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية (v) بالنسبة للزمن (t)، والمشتقة الثانية لتابع الإزاحة (x) بالنسبة للزمن (t)، وذلك عند زمن محدد، ولبيان ذلك تأمل التطبيق الآتي:

تطبيق ٣- ٣

جسم يتحرك على المحور السيني حيث تمّ تحديد موقعه بالعلاقة الرياضية:

$$x = 50t + 10t^2$$

حيث تقاس الإزاحة (x) بالأمتار والزمن (t) بالثواني، وذلك بدءاً من الزمن $(t_1 = 0)$، أوجد حسابياً:

١- السرعة المتوسطة للجسم خلال الثواني الثلاثة الأولى.

٢- السرعة الآنية للجسم عند الزمن $t_2 = 3$ s.

٣- التسارع الآني للجسم عند الزمن $t_2 = 3$ s.

الحل Solution:

١- السرعة المتوسطة تحسب بين الزمنين الابتدائي $t_1 = 0$ والنهائي $t_2 = 3$ s.

$$\overline{v} = \frac{x(t=3s) - x(t=0)}{\Delta t}$$

$$x(t=3s) = 50(3) + 10(3)^2 = 240(m)$$

$$x(t=0) = 0$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 0 = 3(s)$$

$$\overline{v} = \frac{240(m)}{3(s)} = 80(m/s)$$

٢- السرعة الآنية هي :

$$v = \frac{d}{dt}(50t + 10t^2)$$

$$v_{t=3} = 50 + 20t$$

$$v_{t=3} = 50 + 20 \times 3 = 110\,(m/s)$$

٣- التسارع الآني هو :

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{d}{dt}(50 + 20t)$$

$$a_{t=3} = 20(m/s^2)$$

ملحوظة: من خلال هذا التطبيق نلحظ أنَّ التسارع اللحظي هو المشتقة الثانية لتابع الإزاحة بالنسبة للزمن، وهو المشتقة الأولى لتابع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن.

٦- ٣ معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت Constant Acceleration Motion:

كثيرة هي الحالات الحركية التي يكون فيها التسارع ثابتاً أو قريباً من الثبات، عندها فإن معنى التغير في الزمن يكون موضع تفكير عميق، ولا سيما في حالة التسارع الآني، إذ أنَّ العلاقة الرياضية التي تعبّر عنه هي:

$$a = \frac{dv}{dt} = a_o = const.$$

أي أنه المشتقة الأولى للسرعة بالنسبة للزمن، حيث (a_o) هو التسارع عند لحظة بدء الزمن $t = 0$.

وبضرب الوسطين بالطرفين، نجد أن:

$$dv = a\,dt$$

وبإجراء التكامل للطرفين (تكامل غير محدد) نجد أنَّ:

$$\int dv = \int a\,dt$$

$$v = at + const. \qquad (3\text{-}6)$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت .const وذلك بالرجوع إلى الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$v = v_o$$
$$t = o$$
$$v_o = a(o) + const$$

وهكذا

$$v_o = const$$

إذن بعد تعويض مقدار الثابت في المعادلة (3-5) فإنها تأخذ الشكل الآتي:

$$v = at + v_o$$

في هذه المعادلة تمثل (v) السرعة النهائية للجسم المتحرك بتسارع ثابت (a)، ولذلك سوف نعطيها - منذ الآن- الرمز (v) أما (v_o) فهي السرعة الابتدائية، وسنعطيها الرمز (v_o) وبملاحظة أنّ $(a = a_o)$ تصبح المعادلة (3-6) على النحو الآتي:

$$\boxed{v = at + v_o} \qquad (3\text{-}7)$$

وهي أولى المعادلات للجسم المتحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت.

ومعلوم لدينا أيضاً أن:

$$v = \frac{dx}{dt} = at + v_o$$

أي أنّ:

$$dx = at\,dt + v_o\,dt$$

وبإجراء التكامل - أيضاً- غير المحدد للطرفين نجد أن:

$$\int dx = a\int t dt + v_i \int dt$$

$$x = a\frac{t^2}{2} + v_o t + const \qquad (3\text{-}8)$$

ومن الممكن إيجاد مقدار الثابت من الشروط الابتدائية للحركة وهي:

$$t = o$$
$$x = x_o$$

وهكذا نجد أنّ:

$$x_o = a(o) + v_o(o) + const$$

إذن:

$$x_o = const$$

وهكذا تصبح المعادلة (7-3) على النحو الآتي:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o$$

في هذه المعادلة تمثل (x) الإزاحة النهائية للجسم المتحرك، وسنشير دائماً بالرمز (x) بينما تشير (x_o) إلى الإزاحة الابتدائية، وسنشير لها دائماً بالرمز (x_o)، وعليه تصبح المعادلة على الشكل الآتي:

$$\boxed{(x - x_o) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t} \qquad (3\text{-}9)$$

وبالإمكان دمج المعادلتين (7-3) و(9-3) مع بعضهما، وذلك على النحو الآتي:

من المعادلة (7-3) نجد أن الزمن (t) يساوي:

$$t = \frac{v - v_o}{a} \qquad (3\text{-}10)$$

وبالتعويض في المعادلة (9-3) نجد أن:

$$\begin{aligned}(x - x_o) &= \frac{1}{2}a\frac{(v - v_o)^2}{a^2} + v_o\frac{(v - v_o)}{a}\\ &= \frac{1}{2}\frac{(v^2 + v_o^2 - 2v\ v_o)}{a} + \frac{v\ v_o - v^2}{a}\\ &= \frac{v^2 + v_o^2 - 2v\ v_o + 2v\ v_o - 2v_o^2}{2a}\\ &= \frac{v^2 - v_o^2}{2a}\end{aligned}$$

$$\boxed{v^2 - v_o^2 = 2a(x - x_o)} \qquad (3\text{-}11)$$

وخلاصة القول: أننا نستطيع وصف حركة الجسم بتسارع ثابت وصفاً كاملاً بالمعادلات الآتية[1]:

معادلات جسم متحرك على خط مستقيم بتسارع ثابت:

$$\left.\begin{aligned}&v = v_o + at\\ &(x - x_o) = \frac{1}{2}at^2 + v_o t\\ &(v^2 - v_o^2) = 2a(x - x_o)\end{aligned}\right\}$$

[1] يمكننا التعبير عن صافي مقدار الإزاحة $(x - x_o)$ في معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت بالرمز (d)، أي أنّ: $(x - x_o) = d$.

تطبيق ٤- ٣

بدأ قطار حركته من السكون بتسارع ثابت، وعند زمن معين كانت سرعته (30 m/s)، ارتفعت بعد ذلك إلى (50 m/s) وذلك بعد أن قطع مسافة قدرها (160 m) أوجد حسابياً:

١- تسارع القطار.

٢- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته (30 m/s).

٣- المسافة التي قطعها القطار من السكون إلى أن أصبحت سرعته (30 m/s).

الحل Solution:

١- من المعادلة (3-11)

$$a = \frac{v^2 - v_o^2}{2(x - x_o)}$$

$$= \frac{\left[(50^2) - (30)^2\right]\left(\frac{m}{s}\right)^2}{2(160)m} = 5(m/s^2)$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{(v - v_o)}{a} = \frac{(50 - 30)m/s}{5m/s^2}$$

$$= 4(s)$$

٢- الوقت الذي استغرقه القطار حتى أصبحت سرعته (30 m/s) هو:

$$t = \frac{v}{a} = \frac{30(m/s)}{5(m/s^2)}$$

$$= 6\ (s)$$

$$x - x_o = \frac{1}{2}at^2 + v_o t$$

٣- عند السكون تكون كل من:

$$x_o = 0$$

$$v_o = 0$$

$$x = \frac{1}{2}at^2$$

$$x = \frac{1}{2}(5m/s^2)(6s)^2$$

$$= 90\ (m)$$

٧- ٣ قانون نيوتن الأول في الحركة Newton's First Law:

في محاولة لبلورة المفاهيم الفيزيائية وتحديد العلاقة بين الأجسام وحالتها الحركية، استطاع نيوتن أن يحدد أول هذه المفاهيم حينما عزل القوة عن الجسم الذي تؤثر عليه، وذلك حينما افترض أن محصلة هذه القوى المؤثرة على الجسم تساوي الصفر، وما دام الأمر كذلك فإن تسارع الجسم يساوي الصفر أيضاً، وبناء على هذا الافتراض شخّص نيوتن حالتين اثنتين:

الحالة الأولى: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم ساكن تساوي الصفر فإن الجسم سوف يبقى ساكناً.

الحالة الثانية: إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة على جسم تساوي الصفر ولكنه في هذه الحالة يتحرك بسرعة ثابتة، فإنه يستمر بحركته وبسرعة ثابتة، ما لم تؤثر عليه قوة خارجية جديدة.

وهذه المفاهيم كان لا بد لها من أن تستقر وتأخذ مكانتها، وذلك بأن تنسب إلى نظام إسناد أو جملة إسناد reference system، كي تأخذ شكلها العملي المطلوب، كما أن ذلك النظام لا بد أن يكون متجانساً تماماً مع طبيعة هذا القانون الذي أخذ بعد ذلك تسمية نظام القصور الذاتي inertia law، أو قانون القصور الذاتي، أو كما تسميه بعض المراجع "قانون العطالة".

إن الحالة الأولى تأتي متوافقة مع ملاحظاتنا اليومية مباشرة ولا صعوبة على الإطلاق في إدراك مفهومها، ولعلنا نتأمل مجموعة من الأجسام الساكنة في المحيط الذي نوجد فيه بهدف تعميق فهمنا ومطابقة القانون واقعياً.

أما الحالة الثانية فهي الحالة التي تفترض انعدام محصلة القوى التي تعيق حركة الجسم بسرعة ثابتة، وهذا أمر يصعب تحقيقه في سياق الواقع، ولكن القانون يبقى صحيحاً ضمن نصه وفرضياته، كما أن الحالة الأولى لهذا القانون "قانون القصور الذاتي" تشير إشارة هامة إلى شروط التوازن في علم الحركة equilibrium conditions، وذلك بمقتضى أن محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يعني بالضرورة أن يبقى الجسم ساكناً أي أن:

$$\sum \vec{F} = 0$$

وكذلك فإن العزم للجسم تساوي:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

حيث إن $(\vec{p})$ تمثل العزم للجسم momemtum، كتلته (m)، و $(\vec{v})$ هي سرعته الثابتة.

٨- ٣ قانون نيوتن الثاني في الحركة Newton's Second Law:

إذا كانت محصلة القوى الخارجية $(\sum \vec{F})$ المؤثرة على جسم كتلته (m) لا تساوي الصفر، فإنها سوف تكسبه تسارعاً مقداره $(\vec{a})$ يتناسب تناسباً طردياً مع مقدار هذه القوة، ويكون اتجاهه باتجاهها نفسه .

$$\sum \vec{F} \propto \vec{a} \qquad (3\text{-}11)$$

وهذا يعني أنَّ:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = const.$$

إن هذا الثابت هو : كتلة الجسم (m)، والكتلة كما نعلم هي كمية قياسية تعتمد على مقدار ما يحتويه الجسم من مادة، وهي التي تمانع القوة الخارجية المؤثرة التي تعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم. وهكذا فإن العلاقة الرياضية (3-11) تصبح على الشكل الآتي:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m\vec{a}} \qquad (3\text{-}12)$$

ومن الضروري هنا أن نتأمل جيداً ونعيِّن القوى الخارجية external forces المؤثرة على الجسم، مع ضرورة إهمال القوى الداخلية internal forces، مثل تلك القوى التي يؤثر بها جزء من الجسم على بقية أجزائه الأخرى، وعكس ذلك.

والعلاقة أو القانون (3-12) - شأنها شأن أي معادلة أخرى- يمكننا إعادة صيغتها الرياضية العامة. مستخدمين الأبعاد الفراغية الثلاثة (x, y, z) كي تأخذ الشكل التحليلي الآتي:

$$\left.\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= m\vec{a}_x \\ \sum \vec{F}_y &= m\vec{a}_y \\ \sum \vec{F}_z &= m\vec{a}_z \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}13)$$

إن هذه المعادلات الثلاث (3-13) تبيّن لنا كيف تتأثر محصلة القوة المؤثرة على الكتلة (m) بمركبات التسارع الثلاث (a_x, a_y, a_z)، باعتبارها هي الأخرى كميات اتجاهية.

وإذا ما عدنا إلى المعادلة (3-12) واستخدمنا النظام الدولي للقياس (SI) الذي درسناه في الوحدة الأولى من هذا الكتاب، نجد أن:

$$N = (1\ kg)(1\ m/sI^2)$$

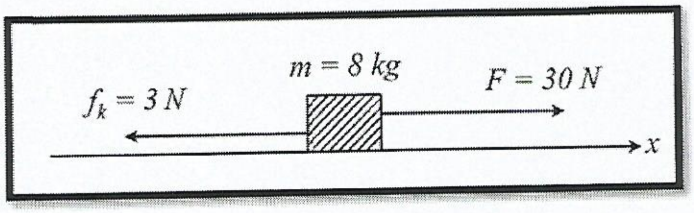
تطبيق ٥- ٣

جسم كتلته (8 kg) يستقر على سطح أفقي خشن، تَعرض لتأثير قوة خارجية أفقية مقدارها (30 N)، أوجد حسابياً تسارع هذا الجسم إذا علمت أنَّ:

١- يؤثر السطح الخشن على الجسم بقوة احتكاك مقدارها (3 N).

٢- هل يتغير مقدار التسارع إذا كان السطح أملسَ؟ أوجد مقداره حسابياً.

الحل Solution:



الشكل (٢- ٣)، تطبيق (٥- ٣)

١- باستخدام قانون نيوتن الثاني وبملاحظة أنّ كل من القوتين (f_k, F) تعملان في اتجاهين متعاكسين وتقعان على الخط الأفقي (x) نجد أنَّ:

$$\sum F_x = F - f_k$$
$$30 - 3 = 8\ (a_x)$$
$$a_x = \frac{27}{8} = 3.375\ (m/s^2)$$

٢- من الواضح أنّ قوة الاحتكاك في هذه الحالة تساوي الصفر وهذا يعني أنَّ:

$$\sum F_x = ma$$
$$30 = 8\ (a_x)$$
$$a_x = \frac{30}{8} = 3.75\ (m/s^2)$$

تطبيق ٦- ٣

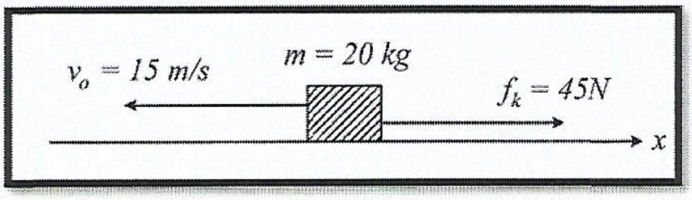
جسم كتلته (20 kg) ينزلق بسرعة ابتدائية مقدارها (15 m/s) على سطح أفقي خشن، إذا كان هذا الجسم المنزلق يعاني من تأثير قوة احتكاك مقدارها (45 N).

١- كيف تصف حركة هذا الجسم؟ مثّل ذلك بالرسم المناسب!

٢- أوجد حسابياً تسارع الجسم!

٣- أوجد حسابياً الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية إلى الصفر!

الحل Solution:



الشكل (٣- ٣)، تطبيق (٦- ٣)

١- من الواضح أن الجسم يتحرك نحو اليسار وبسرعة $(v_o = 15 m/s)$، ولا توجد قوة تدفعه بهذا الاتجاه $(F = 0)$.

٢- باستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أنَّ:

$$\sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x$$
$$F - f_k = ma_x$$
$$0 - 45 = 20\ (a_x)$$
$$a = \frac{-45}{20} = -2.25\ (m/s^2)$$

٣- لحساب الزمن اللازم كي تصبح سرعته النهائية مساوية للصفر، نستطيع الاستفادة من تعريف التسارع، حيث أنَّ:

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$
$$t = \frac{v - v_o}{a} = \frac{0 - 15}{-2.25} = 6.6\,(s)$$

أي أن الجسم سوف يتوقف بعد مرور (6.6 s).

تطبيق ٧- ٣

إلكترون كتلته $(9.1\times10^{-31}\ kg)$، يسير بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 10^6\ m/s)$ في الاتجاه الأفقي، دخل بين لوحي مكثف حيث أثرت عليه قوة مقدارها $(8 \times 10^{-17}\ N)$ وفي الاتجاه العمودي، وذلك لمدة مقدارها $(10^{-8}\ s)$. أوجد حسابياً سرعته حينما يخرج من المكثف الكهربائي.

الحل Solution:

هذا التطبيق يجمع بين قانون نيوتن الثاني، وقانون الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت، ومن الواضح أنّ التسارع في الاتجاه العمودي باتجاه تأثير القوة، إذن:

$$v = v_o + at$$

وبما أنه يسير بسرعة ثابتة على المحور الأفقي، فإن تسارعه بهذا الاتجاه يساوي الصفر

$$a_x = 0$$
$$v_{oy} = 0$$

وبتطبيق قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\sum F_y = m_e a_y$$
$$F_y = m_e a_y$$
$$a_y = \frac{F_y}{m_e}$$
$$v_y = v_{oy} + \left(\frac{F_y}{m_e}\right)t$$
$$= 0 + \left(\frac{8\times10^{-17}}{9.1\times10^{-31}}\right)\times10^{-8}$$
$$= 8.79\times10^5\ (m/s)$$

٩- ٣ الوزن Weight:

يعد الوزن weight من التطبيقات المهمة والمباشرة لقانون نيوتن الثاني في صيغته المعروفة $(\vec{F} = m\vec{a})$، وذلك حينما نعد أنّ تسارعَ الجاذبية الأرضية ثابت، والوزن لجسم ما هو القوة التي تشده أو تسحبه في كل الظروف نحو مركز الأرض، وهذه القوة يمكن حسابها بواسطة قانون نيوتن للجذب العام، وذلك للتأكيد على أن سببها هو الشد الأرضي gravetational attraction بين كتلة الأرض وكتلة الجسم، أما مقدار وزن الجسم فنعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{W} = m\vec{g} \qquad (3\text{-}14)$$

وهذا الوصف ينطبق على كل جسم موجود داخل مجال تأثير الجاذبية الأرضية حيث تعبّر (m) عن كتلة الجسم، و $(\vec{g})$ عن تسارع الجاذبية الأرضية، ويُلاحظ من خلال المقارنة بين هذه العلاقة وقانون نيوتن الثاني، أن $(\vec{g})$ قد حلت بدلاً من $(\vec{a})$ وهو التسارع الناشئ عن القوة بصفة عامة.

ومن المناسب جداً إعادة صياغة العلاقة (3-14) باستخدام متجه الوحدة للمحور العمودي (y) الموازي لمحور تأثير الأرض والمتجه نحو مركزها $(\hat{j})$ على النحو الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = -m\vec{g}\hat{j}} \qquad (3\text{-}15)$$

وواضحٌ أنَّ الإشارة السالبة تدل على أن متجه الوزن يكون دائماً في المنطقة السالبة من المحور الصادي (y-axis)، وهو باتجاه مركز الأرض.

ولقد أثبتت الدراسات التجريبية الحقائق الآتية:

١- يتناسب وزن الجسم تناسباً طردياً مع كتلته.

٢- إن ثابت التناسب هو : (g)، أي تسارع الجاذبية الأرضية.

وتأسيساً على ذلك فإنه يتوجب علينا الإشارة إلى نوعين من الكتلة هما:

أ- الكتلة القصورية للجسم inertia mass: وهي : ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة في الجسم والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لذلك، وفقاً لقانون نيوتن الثاني في الحركة، أي أن:

$$m_{inertia} = \frac{\sum F}{a} \qquad (3\text{-}16)$$

ب- كتلة الجذب للجسم attraction mass: وهي : مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية. ولتسهيل المسألة، افرض أن لدينا جسمان وزناهما متساويان $(\vec{W}_1, \vec{W}_2)$، فهذا يقتضي بالضرورة أن كتلتي الجاذبية لهما متساويتان (m_{1g}, m_{2g}).

وهذا يؤدي إلى أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{\vec{W}_1}{\vec{W}_2} \qquad (3\text{-}17)$$

وبما أن الجسم خاضع لتأثير قوة الوزن، فإن ذلك سيؤدي إلى وجود تسارع بسبب هذا التأثير نطلق عليه تسارع الجاذبية الأرضية gravitational acceleration أو تسارع

السقوط الحر free falling acceleration وهو ما نرمز له عادة بالحرف (g).

وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{W}_1 = (m_1)(g) \\ \vec{W}_2 = (m_2)(g)\end{array}\right\} \qquad (3\text{-}18)$$

وبتعويض المعادلات (3-18) في المعادلة (3-17) نجد أن:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{m_1}{m_2} = const.$$

وبصورة عامة نجد أن:

$$m \propto m_g$$

ومعنى ذلك أن الكتلة القصورية للجسم تتناسب طردياً مع كتلة الجاذبية له وفي حال استخدام الكيلوغرام كوحدة لقياس الكتلتين فإننا نجد:

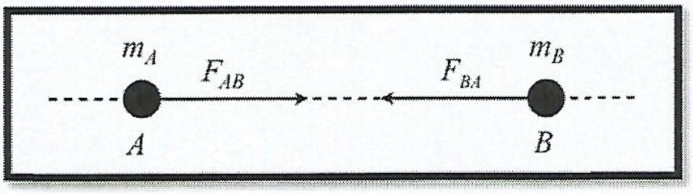
$$m = m_g \qquad , \qquad \frac{m}{m_g} = 1$$

أي أنهما متساويتان.

١٠- ٣ قانون نيوتن الثالث Newton's Third Law:

يمكن دائماً أن نتذكر المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، بتذكرنا التطبيق السهل المعروف حين الطرق على مسمار بقوة باستخدام المطرقة، والفكرة هنا هي: أن القوة التي تؤثر بها المطرقة على المسمار تقابلها قوة تأثير المسمار على المطرقة، وهما قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه. ولبيان المفهوم العام لقانون نيوتن الثالث، انظر الشكل (٣ -٤)، افرض أن الجسم (A) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{AB})$ على الجسم (B)، لقد دلت التجارب على أن الجسم (B) يؤثر بقوة $(\vec{F}_{BA})$ على الجسم (A) وهاتان القوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه، وهذا ما يمكن التعبير عنه بالعلاقة الرياضية الآتية:

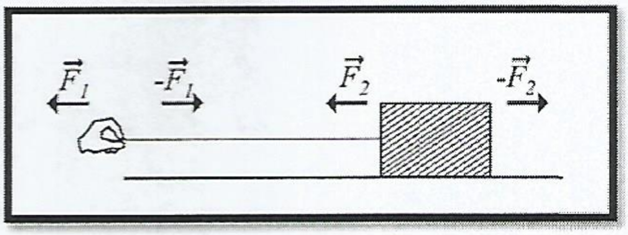
$$\boxed{\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}} \qquad (3\text{-}19)$$



الشكل (٤- ٣) ويبين قانون نيوتن الثالث

وبصفة عامة يمكن إعادة صياغة قانون نيوتن الثالث على النحو الآتي:

لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه. ومن المهم جداً التأكيد على أن هذا القانون ممكن التطبيق فقط في إطار القصور الذاتي intertial frames أو بعبارة أخرى فإنه يفسر تأثير القوى الحقيقية التي ترافقها ردود فعل واضحة وأساسية. إن القوة الأولى هي ما تعرف بقوة الفعل action، أما القوة الثانية فهي ما تعرف بقوة رد الفعل reaction. ولا بد من التأكيد على أن القوى في الطبيعة توجد على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتعاكسة في الاتجاه، ولا وجود للقوة المفردة، والقوتان تمتلكان الطبيعة والخصائص نفسها، انظر الشكل (٥- ٣).



الشكل (٥- ٣) قانون نيوتن الثالث وتظهر فيه أزواج القوى $(F_1,-F_1)$ و $(F_2,-F_2)$

ومن الأمثلة على قانون نيوتن الثالث:

أ- إذا تأملنا القوة التي يؤثر بها جسم موجود على سطح الأرض على الأرض نفسها، نجد أن قوة تأثير الجسم $(\vec{W})$ باتجاه مركز الأرض، تقابلها الأرض بقوة رد فعل $(\vec{N})$ تتجه من مركز الأرض نحو الجسم.

ب- قوى الجذب المتبادلة بين الأجرام السماوية فالشمس تجذب الأرض نحوها بقوة الفعل $(\vec{F})$ والأرض تجذب الشمس نحوها بقوة رد الفعل $(\vec{N})$.

ت- النواة تجذب الإلكترون نحوها أيضا بقوة فعل $(\vec{F})$ والإلكترون يجذب النواة نحوه بقوة رد فعل $(\vec{N})$.

١١- ٣ الاحتكاك Friction:

حينما تعمل قوة ما ولتكن $(\vec{F})$ على سحب جسم موجود على سطح جسم ما، فإن قوة مماسية تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه تعرقل وتعيق حركة الجسم الأول على الجسم الثاني نتيجة لتشابك النتوءات المجهرية للجسمين ببعضهما البعض، وهذا ما يمكن التعبير عنه بقوة معيقة للحركة أثّر بها الجسم الثاني (السطح) على الجسم الأول (الجسم المتحرك) والتي نسميها قوة الاحتكاك friction force، إن أقل قيمة لهذه القوة تساوي الصفر، ثم تبدأ بالازدياد التدريجي إلى أن تصل إلى قيمتها القصوى وذلك حينما يكون الجسم على وشك الانزلاق.

إن هذه القوة تأخذ تسميتين مختلفتين بحسب الحالة الحركية للجسم الخاضع لتأثير القوة الخارجية، وسنتداول حالتين مختلفتين معروفتين لسطح الجسم الذي يحصل عليه الاحتكاك.

١- الاحتكاك على سطح أفقي.

٢- الاحتكاك على سطح مائل.

١- ١١- ٣ الاحتكاك على سطح أفقي:

وبهدف توضيح هذا الأمر واستبعاد مواطن اللبس فيه، سنناقش حالتين مختلفتين لمفهوم قوة الاحتكاك:

أ- قوة الاحتكاك الساكن static frictional force:

إذا كان الجسم المراد تحريكه ساكناً على الرغم من تأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الساكن static frictional force واختصاراً (f_s) وذلك كدليل على بقاء الجسم ساكناً، ومن المناسب ذكره هنا أن (f_s) تعتمد على القوة العمودية $(\vec{N})$ التي يؤثر بها السطح على الجسم المنزلق، وهي قوة رد الفعل.

ب- قوة الاحتكاك الحركي kinetic frictional force:

إذا تحرك الجسم بعد خضوعه لتأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ عليه، فإن قوة الاحتكاك في هذه الحالة تسمى قوة الاحتكاك الحركي kinetic frictional force واختصاراً (f_k) ، وذلك كدليل على تحرك الجسم.

ومن المهم جداً أن نُذكّر في هذا المقام ببعض خصائص قوى الاحتكاك:

١- إذا لم يتحرك الجسم تحت تأثير القوة الخارجية $(\vec{F})$ فهذا يعني من الناحية العملية أن:

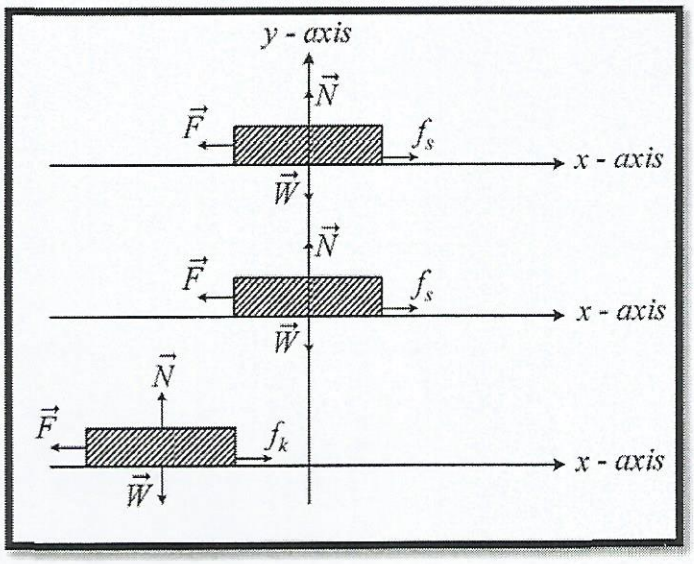
$$\vec{F} \le \vec{f}_s \qquad (3\text{-}15)$$

والقوتان $(\vec{F})$ و$(\vec{f}_s)$ موازيتان تماماً لمحور الحركة، والقوة $(\vec{f}_s)$ معاكسة في الاتجاه للقوة $(\vec{F})$، وهي كما تلاحظ من الشكل (٦- ٣) مماسة للسطح.

٢- تصل قوة الاحتكاك الساكن $(\vec{f}_s)$ إلى أقصى قيمة لها $(f_{s\,max})$ وذلك قبل لحظة بدء حركة الجسم مباشرة ويعبّر عنها رياضياً بالعلاقة الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}} \qquad (3\text{-}16)$$

حيث $(\vec{N})$ هي : قوة رد فعل الوزن $(\vec{W})$، و(μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن coefficient of static friction.



الشكل (٦- ٣) يبين الاحتكاك، وقوى الاحتكاك f_s وf_k على سطح أفقي.

٣- إذا بدأ الجسم بالحركة على مستوى السطح، فإن مقدار قوة الاحتكاك يتناقص إلى القيمة $(\vec{f}_s)$ حيث تُعرّف هذه القوة بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\boxed{\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}} \qquad (3\text{-}17)$$

لاحظ هنا أنّ (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي coefficient of kinetic friction.

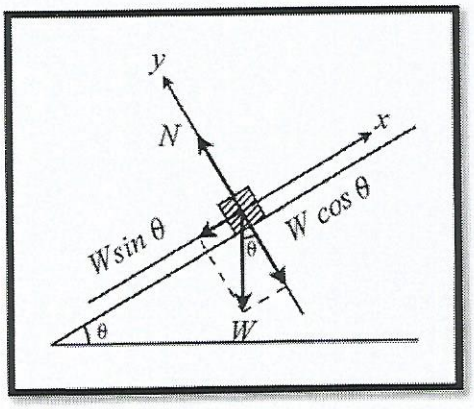
٢- ١١- ٣ الاحتكاك على مستوي مائل:

سندرس هذا النوع من الحركة دراسة متأنية، وذلك بهدف التفريق بين حالتين، في الحالة الأولى تكون قوة الاحتكاك مساوية إلى الصفر؛ أي أنها لا تؤثر في حركة الجسم، بينما تكون في الثانية أكبر من الصفر أي أنها ذات قيمة مؤثرة في حركة الجسم.

أ- الحركة على المستوي المائل (بدون احتكاك) Nonfrictional incline surface motion:

ب-

تأمل الشكل (٧- ٣).



الشكل (٧- ٣)

نلحظ من الشكل أنّ الجسم ذا الكتلة (m) والوزن (W)، موجود على سطح أملس تماماً، مائل على الأفق بزاوية (θ)، وبهدف تحليل وزن الجسم استخدمنا محورين متعامدين (x, y) مركزهما، عند مركز ثقل الجسم، والآن نلحظ أنّ القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

١- وزن الجسم: $(\bar{W} = mg)$

حيث (g) هي تسارع الجاذبية الأرضية، ونلحظ أنّ متجه الوزن يشير رأسياً إلى أسفل.

٢- قوة تأثير الجسم عمودياً في المستوي $(\bar{N})$.

ونلحظ أن القوتين $(\bar{W})$ و$(\bar{N})$ ليستا متوازنتين، ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق.

نقوم الآن بتحليل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية فنجد أنّ:

المركبة الموازية للمستوي وهي: $W_x = W \sin \theta$

المركبة العمودية على المستوي وهي: $W_y = W \cos \theta$

ونلحظ بسهولة أنّ القوتين (N) و(W_y) متساويتان في المقدار ومتعاكستان بالاتجاه، أي أن محصلة هاتين القوتين تساوي الصفر:

$$W_y + N = 0$$

أما القوة (W_x) فهي القوة المحركة للجسم والتي ستكسبه تسارعاً نستطيع إيجاده من قانون نيوتن الثاني، أي أنّ:

$$W_x = mg \sin(\theta) = ma$$

$$a = g \sin \theta \qquad (3\text{-}18)$$

ونلحظ في هذه الحالة ومن خلال العلاقة الرياضية (3-18) أن تسارع الجسم المتحرك على المستوي المائل بدون احتكاك لا يعتمد على كتلة الجسم.

تطبيق ٨- ٣

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على سطح مائل وبدون احتكاك والمبيّن في الشكل (٧- ٣) تساوي $(20\ kg)$، وزاوية الميل تساوي $(45°)$.

أوجد حسابياً تسارع الجسم، معتبراً أن مقدار تسارع الجاذبية الأرضية $(g = 9.8\ m/s^2)$

الحل Solution:

باستخدام العلاقة الرياضية(18-3) نجد أن:

$$\theta = 45°$$

$$a = g \sin\theta$$
$$= (9.8) \sin(45°) = 6.93\ (m/s^2)$$

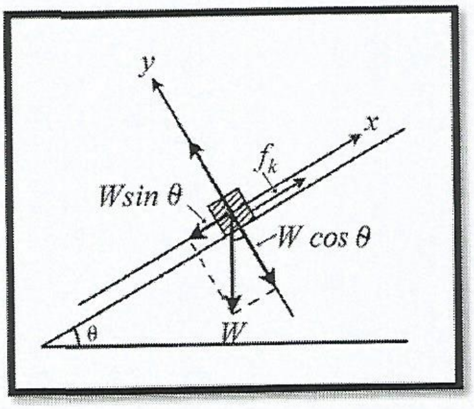
ونلحظ مجدداً أنه لا تأثير لكتلة الجسم على تسارعه.

سؤال: متى يتساوى تسارع الجسم المنزلق مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضّح ذلك مستعيناً بالعلاقة الرياضية (3-18).

ت- الحركة على المستوي المائل (بوجود الاحتكاك) Frictional incline surface motion:

ث-

تأمل الشكل (٨- ٣)



الشكل (٨- ٣)

نلحظ من الشكل أنّ الجسم ذا الكتلة (m) والوزن $(\vec{W})$ موجود على سطح خشن، مائل على الأفق بزاوية (θ)، ومثلما فعلنا في حالة السطح الأملس عديم الاحتكاك، نستخدم محورين متعامدين (x,y) مركزهما عند مركز ثقل الجسم، والآن نجد أنّ القوى المؤثرة على الجسم المتحرك هي:

١- وزن الجسم: $(\vec{W} = mg)$.

حيث (g) ترمز إلى تسارع الجاذبية الأرضية، ونلحظ أيضاً أن متجه الوزن يشير رأسياً إلى الأسفل.

٢- قوة تأثير الجسم عموديا في المستوي $(\vec{N})$.

ونلحظ هنا كما في الحالة الأولى أن القوتين $(\vec{W})$ و$(\vec{N})$ ليستا متوازنتين ولهذا يبدأ الجسم بالانزلاق، وكما فعلنا في الحالة الأولى نحلل الوزن إلى مركبتيه العمودية والأفقية.

$$W_x = W \sin \theta$$
$$W_y = W \cos \theta$$

والقوتان $(\vec{N})$ و$(\vec{W}_y)$ محصلتهما أيضاً تساوي الصفر كما في الحالة الأولى، ولكن القوة (W_x) تعاكسها قوة الاحتكاك الحركي (f_k) ولهذا نجد أنّ محصلة القوى التي ستُكسب الجسم تسارعاً، يمكننا إيجاده من قانون نيوتن الثاني، تكون على النحو الآتي:

$$\sum F_x = W_x - f_k = ma$$
$$mg \sin\theta - f_k = ma$$

$$a = \frac{mg \sin\theta - f_k}{m} \qquad (3\text{-}19)$$

تطبيق ٩- ٣

إذا كانت كتلة الجسم المتحرك على السطح الخشن المائل المبيّن في الشكل (٨- ٣) تساوي

(12 kg)، ومقدار قوة الاحتكاك تساوي (20 N)، أوجد حسابياً مقدار تسارع الجسم وذلك إذا كانت زاوية ميل المستوي تساوي (30°)، وتسارع الجاذبية الأرضية يساوي (9.8 m/s^2).

الحل Solution:

باستخدام العلاقة الرياضية (3-19) نجد أنّ:

$$\theta = 30°$$
$$m = 12\ kg$$
$$f_k = 20\ N$$
$$g = 9.8\ (m/s^2)$$
$$a = \frac{(12)(9.8)\sin(30) - 20}{12}$$
$$= 3.2\ (m/s^2)$$

سؤال: هل يمكن أن يتساوى تسارع الجسم مع تسارع الجاذبية الأرضية؟ وضّح ذلك مستعيناً بالعلاقة (19-3).

الخلاصة
Summary

- قانون نيوتن الأول: إنَّ أهمية هذا القانون تكمن في استخدامه لتعريف القوة، بأنها كل مؤثر خارجي يغيِّر أو يعمل على تغيير الحالة الحركية للجسم مقداراً أو اتجاهاً أو مقداراً واتجاهاً في الوقت نفسه. وهو ما يعرف بقانون القصور الذاتي، أي أنَّ الجسم من الناحية الفيزيائية يفتقر إلى القدرة على تغيير حالته الحركية وانعدام محصلة القوى المؤثرة في الجسم يؤدي إلى أنَّ:

$$\Delta \vec{v} = 0$$

وهذا يعني أنَّ الجسم إما أن يبقى ساكناً، أو متحركاً بسرعة ثابتة.

- قانون نيوتن الثاني: إنَّ أهمية هذا القانون تكمن في أنَّ محصلة القوى الخارجية المؤثرة على الجسم ذي الكتلة (m) لا تساوي الصفر، وستؤدي إلى إكسابه تسارعاً يتناسب مقداره تناسباً طردياً مع مقدار هذه المحصلة من القوى، ويكون اتجاهه في اتجاهها نفسه، أي أنَّ:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

ومن الممكن أن يكون هذا التسارع موجباً أو سالباً، وفقاً لطبيعة الحركة.

- قانون نيوتن الثالث: وينص على: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه".

ومن المعاني الكبيرة لهذا القانون، أنَّ القوى توجد في الطبيعة على شكل أزواج متساوية في المقدار ومتضادة في الاتجاه وذات طبيعة واحدة، تنشأ نتيجة لتأثير الأجسام على بعضها البعض بغض النظر عن حالتها الحركية، أي أنَّه يحتاج إلى جسمين أو أكثر، على خلاف قانون نيوتن الأول والثاني.

- الكتلة القصورية للجسم: هي ثابت التناسب بين محصلة القوى المؤثرة فيه والتسارع الذي يكتسبه نتيجة لهذا التأثير.

$$m = \frac{F}{a}$$

- كتلة الجذب للجسم: هي مقياس لمقدار استجابة الجسم لقوة الجاذبية الأرضية، فلو افترضنا أن لدينا جسمين متساويين وزناهما (W_1, W_2) فإن كتلتي الجاذبية لهما (m_{1g}, m_{2g}) حيث إنّ:

$$\frac{m_{1g}}{m_{2g}} = \frac{W_1}{W_2}$$

- قوة الاحتكاك: هي القوة التي تنشأ بين الجسم والسطح الموجود عليه، وهي قوة مماسية اتجاهها بعكس اتجاه حركة الانزلاق، تنشأ بسبب تداخل النتواءات بين السطحين المنزلقين على بعضهما البعض. ويزداد مقدارها تدريجياً إلى أن تصل إلى أقصى مقدار لها، وذلك حينما يكون الجسم على وشك الانزلاق وفقاً للمعادلة:

$$F \leq f_s \qquad , \qquad \vec{f}_{s\,max} = \mu_s \vec{N}$$

حيث (μ_s) هو معامل الاحتكاك الساكن، وتسمى في هذه الحالة قوة الاحتكاك الساكن، أما بعد أن يتحرك الجسم فتأخذ اسم قوة الاحتكاك الحركي (f_k)، وهي بالتعريف:

$$\vec{f}_k = \mu_k \vec{N}$$

حيث (μ_k) هو معامل الاحتكاك الحركي.

- معادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت $(\vec{a})$:

$$\left.\begin{aligned} v &= v_o + at \\ (x - x_o) &= \frac{1}{2}at^2 + v_o t \\ (v^2 - v_o^2) &= 2a(x - x_o) \end{aligned}\right\}$$

حيث إنّ:

v_o: السرعة الابتدائية. — *v: السرعة النهائية.*

x_o: الإزاحة الابتدائية. — *x: الإزاحة النهائية.*

t: زمن الحركة. — *a: تسارع الحركة.*

أي أننا نستطيع دراسة حركة الجسم على خط مستقيم بتسارع ثابت من خلال معرفة الكميات الفيزيائية المذكورة أعلاه في صيغة القوانين الرياضية التي تصف حركته.

الاختبارات الذاتية
Self Test Exams

ولغرض التدريب العملي على اختبار المتدرب لنفسه، والتأكد من فهم واستيعاب قوانين الحركة على خط مستقيم وقوانين نيوتن في الحركة، تم تخصيص اختبارين ذاتيين.

الاختبار الذاتي الأول:

لاعب بيسبول كتلته (97 kg) ينزلق إلى مكان جديد يعيق حركته قوة احتكاك مقدارها

(470 N). أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك الحركي بين اللاعب والأرض، انظر الشكل (٩- ٣).

الاختبار الذاتي الثاني:

انزلق الجسم المطاطي للعبة الهوكي على الجليد مسافة قدرها (15 m)، قبل أن يتوقف.

١- إذا كانت السرعة الابتدائية للجسم المطاطي (6 m/s)، وكتلته تساوي (110 g)، أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بينها وبين الجليد خلال عملية التزلج! انظر الشكل (١٠- ٣).

٢- أوجد حسابياً مقدار معامل الاحتكاك بين الكتلة المطاطية للهوكي والجليد!

ملحوظة: ينبغي للمتدربين المحاولة الجادة في حل مسائل الاختبار الذاتي على ورقة خارجية، ثم إجراء المقارنة بين ما توصلوا إليه مع الحل النموذجي المرفق آخر الكتاب في الملحق (د).

مسائل وتمارين الوحدة الثالثة

Unit Three Exercises & Problems

٣ -١ تحركت سيارة بسرعة ابتدائية مقدارها $(v_o = 30 m/s)$ ، واستغرقت زمناً قدره (20 s) لتصل إلى سرعتها النهائية $(v = 40 m/s)$ أوجد حسابياً التسارع الذي تتحرك به السيارة على افتراض أن التغير في السرعة كان منتظماً.

٣ -٢ يتحرك قطار بسرعة مقدارها (40 m/s)، فعمد السائق إلى استخدام المكابح لتخفيف سرعة القطار فتباطأت حركته بمقدار ($-2\ m/s^2$). أوجد حسابياً:

أ- مقدار الزمن الذي يستغرقه القطار حتى يتوقف تماماً.

ب- مقدار المسافة التي يقطعها القطار منذ بدأ استخدام المكابح حتى يتوقف.

٣ -٣ دراجة نارية تبلغ كتلتها (80 kg)، قام السائق بزيادة سرعتها من الصفر إلى (6 km/h)، أوجد حسابياً:

أ- مقدار تسارع الدراجة النارية.

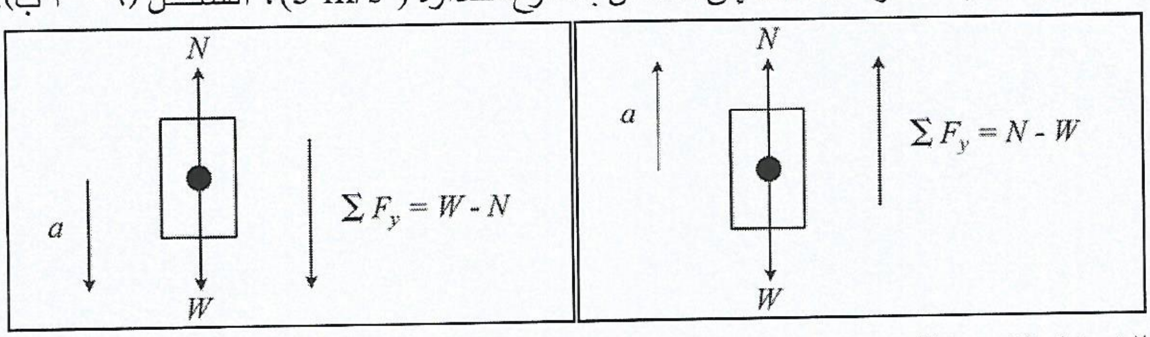
ب- مقدار القوة المؤثرة عليها خلال زمن قدره (4 s).

٣ -٤ رجل كتلته (100 kg)، انظر الشكل (٩- ٣)، يقف عمودياً على أرضية مصعد، حيث يبلغ تسارع الجاذبية الأرضية ($g = 9.8\ m/s^2$). أوجد حسابياً القوة التي تؤثر بها أرضية المصعد في الرجل وذلك:

أ- إذا تحرك المصعد إلى الأعلى بتسارع مقداره ($3\ m/s^2$)، الشكل (٩- ٣ أ).

ب- إذا تحرك المصعد بسرعة ثابتة مقدارها (3 m/s).

جـ- إذا تحرك المصعد إلى الأسفل بتسارع مقداره ($3\ m/s^2$)، الشكل (٩- ٣ ب).



الشكل (٩- ٣ أ)   الشكل (٩- ٣ ب)

٣ -٥ صندوق كتلته (16 kg) يستقر على سطح مستوٍ أفقي خشن، أثرت فيه قوة أفقية مقدارها (40 N)، فأدت إلى تحريكه من السكون وبتسارع مقداره ($4\ m/s^2$).

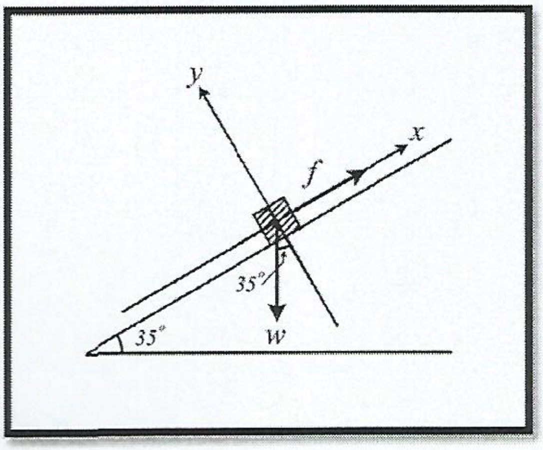
أ- أي من قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة يفسّر هذه المسألة؟ اذكره، ثم اذكر نصه.

ب- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركة الصندوق.

٣ -٦ جسم كتلته (15 kg) موجود على سطح مستوٍ خشن، يميل على الأفق بزاوية قدرها (35°) انظر الشكل (١٠- ٣)، يبلغ مقدار قوة الاحتكاك التي تعيق حركته (50 N)، أوجد حسابياً.

أ- مقدار أقل قوة تكفي لتحريك الجسم.

ب- هل سيتحرك الجسم دون تأثير قوة خارجية عليه أم لا؟ وضّح إجابتك. وذلك بتحديد قوة الاحتكاك هل هي (f_s أم f_k).



الشكل (١٠- ٣)، المسألة (٦- ٣)

٣ -٧ إذا كانت العلاقة بين موقع جسم متحرك على خط مستقيم *(x)* والزمن الذي يستغرقه للحركة *(t)* هي:

$$x = 2 + 10t + t^2$$

حيث تقاس *(x)* بالأمتار، و *(tx)* بالثواني، أوجد حسابياً:

١- مقدار الإزاحة *(Δt)* بين الفترتين $(t_2 = 3s)$ و $(t_1 = 1s)$.

٢- مقدار السرعة المتوسطة بين الفترتين $(t_2 = 3s)$، $(t_1 = 1s)$.

٣- مقدار التسارع المتوسط بين الفترتين $(t_2 = 3s)$، $(t_1 = 1s)$.

٤- مقدار السرعة اللحظية عند الزمن $(t = 2s)$.

الوحدة الرابعة

الشغل والطاقة

الهدف العام:

وبهدف دراسة العلاقة بين الشغل والطاقة الميكانيكية وتسهيلاً على المتدرب، سوف نبين في هذه الوحدة العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية من جهة والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، كلٌ على انفراد، و سنؤكد في كلا الحالتين أن القانون الثاني لنيوتن في الحركة يبقى محافظاً على دوره الرئيس في هذه المسألة المهمة.

الأهداف التفصيلية:

بعد أن يكمل المتدرب هذا الفصل، ويستوعب المفاهيم والأفكار والمبادئ التي وردت خلاله، من المتوقع أن يكون قادراً- بإذن الله- على:

١. أن يوضِّح علاقة الشغل المنجز بالطاقة.

٢. أن يفسِّر معنى الشغل المنجز فيزيائياً، ويتعلم حساب الشغل بدلالة القوة والإزاحة، وذلك في حال ثبات القوة.

٣. أن يتمكّن من تحديد الطاقة الحركية لجسم متحرك بدلالة كتلته وسرعته.

٤. أن يتمكّن من تحديد الطاقة الكامنة لجسم في مجال تأثير الجاذبية الأرضية.

٥. أن يميِّز بين مفهومي القدرة والطاقة.

٦. أن يشرح مفهوم حفظ الطاقة الميكانيكية.

٧. أن يستخدمَ العلاقة بين كل من قانون نيوتن الثاني ومعادلات الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت.

٨. أن يكون قادراً على التمييز بين حفظ الطاقة وحفظ كمية الزخم الخطي.

الشغل والطاقة

Work & Energy

٤ -١ المقدمة Introduction:

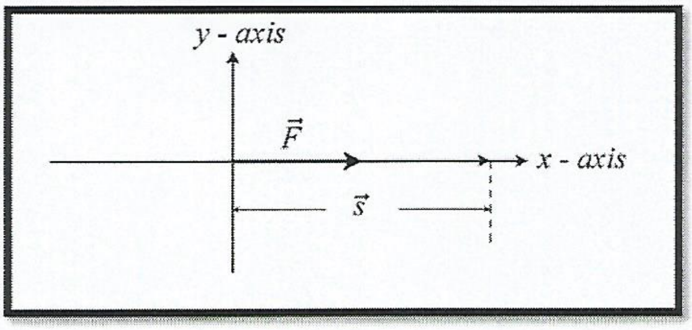
إن استخدام قوانين الحركة التي درسناها في الوحدة الثالثة يعد ركيزة أساسية لدراسة وتحليل المسائل الميكانيكية، مثلما أن مبدأ حفظ الطاقة conservation of energy يقدم لنا ركيزة أساسية ثانية لبلوغ الغايات نفسها، لكنه ليس بديلاً عن قوانين الحركة، ومضمون هذا المبدأ أنَّ الطاقة لا تفنى ولا تُستحدَثُ من العدم energy neither be created nor destroyed، ولكن يمكن أن تتحول من شكل إلى آخر، حيث يبقى المجموع الكلي لجميع أشكال الطاقة ثابتاً.

ومن الناحية العلمية حينما نتحدث عن تغير الطاقة الميكانيكية فإننا نبحث دائماً عن مفهوم علاقة القوة بالإزاحة التي يظهر تأثير القوة خلالها،من حيث تغير سرعة الجسم ذي الكتلة الثابتة وتغير موقعه. وهو مفهوم عام، سواء بالنسبة للطاقة الحركية حيث يمكننا حسابها بدلالة كتلته وسرعته أو الطاقة الكامنة في مجال الجاذبية الأرضية حيث يمكننا حسابها بدلالة موقع الجسم وكتلته..

وفي نهاية هذه الوحدة سوف نتناول موضوع حفظ كمية الزخم الخطي conservation of momentum باعتباره يربط بين القوة والزمن وتمييزاً عن حفظ الطاقة الميكانيكية التي تربط بين القوة والإزاحة.

٤ -٢ الشغل Work:

إذا أثرت قوة خارجية مقدارها $(\vec{F})$ على جسيم كتلته (m)، خلال انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإننا نقول: إنّ القوة قد أنجزت شغلاً، ولكننا نحتاج إلى تحديد طبيعة العلاقة الرياضية بين كل من $(\vec{F})$ و$(\vec{s})$ باعتبارهما كميتين اتجاهيتين، فعلى سبيل المثال حينما تكون الزاوية بين هاتين الكميتين مساوية للصفر، فهذا يعني أن خط شغل القوة ومتجه الإزاحة منطبقان على بعضهما البعض، وهي الحالة الأكثر تداولاً في المراحل الدراسية الأولية، ولتسهيل المسألة افرض أنهما يقعان على المحور السيني الموجب، تأمل الشكل (١-٤).



الشكل (١- ٤) يوضح العلاقة بين متجه القوة ومتجه الإزاحة

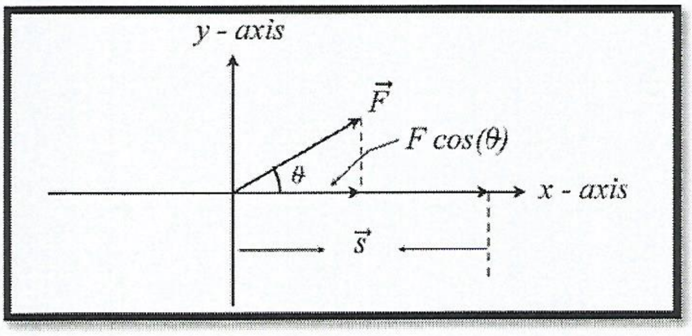
إن الشغل المنجز بواسطة القوة خلال الإزاحة (S) هو:

$$\vec{W} = \vec{F}.\vec{s}$$

$$\vec{W} = F\, s\, \cos(\theta) \qquad (4\text{-}1)$$

$$\vec{W} = F\, s$$

وذلك لأن الزاوية بينهما تساوي صفراً، ومعلوم أن (0) cos يساوي الواحد، ولكن الحالة العامة تتطلب منا توضيح العلاقة بين كلٍ من $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$ ولتحقيق ذلك، تأمل الشكل (٢- ٤)



الشكل (٢- ٤) يوضح العلاقة العامة بين المتجهين $(\vec{F})$ و $(\vec{s})$

من خلال ملاحظتنا للمقدار F cos (θ) نجد أن المركبة الأفقية للقوة $(\vec{F}_x)$ هي المسؤولة عن إنجاز الشغل، وعليه فإن العلاقة الرياضية (4-1) تأخذ الشكل الآتي:

$$\boxed{\vec{W} = Fs\cos(\theta) = sF\cos(\theta)} \qquad (4\text{-}2)$$

ومن الضروري أن نفهم هنا بأن القوة $(\vec{F})$ ثابتة وليست متغيرة، خلال الإزاحة $(\vec{s})$. إنّ وحدة قياس الشغل في النظام الدولي (SI) هي الجول Joule، كما يقاس في النظام الكاوسي (CGS) بوحدة صغيرة هي الإرغ erge.

والجول Joule: هو مقدار الشغل الذي تنجزه قوة مقدارها (1 N) على جسم، محدثة إزاحة مقدارها (1 m) باتجاهها، أي أنَّ:

$$1\,J = (1\,N)\,(1\,m)$$

أما حينما نتعامل مع الذرات أو مكوناتها فإننا نستخدم وحدة صغيرة جداً لقياس الشغل مقارنة بالجول، وهي الإلكترون فولت electron volt، ومن الممكن تعريف الإلكترون فولت على النحو الآتي: هو : الطاقة المساوية للشغل المطلوب إنجازه لتحريك شحنة أولية كالإلكترون أو البروتون حينما يخضع لفرق جهد يساوي تماماً واحد فولت، ويعبّر عنه بالشكل الآتي:

$$\begin{aligned}1eV &= (1e)(1\,volt)\\ &= (1.6\times10^{-19}\,C)(1.0\,volt)\\ &= 1.6\times10^{-19}\,J\end{aligned}$$

ولبيان العلاقة العامة بين القوة والإزاحة في مقدار الشغل المنجز تأمل المثال الآتي:

تطبيق ١- ٤

صندوق شحن تبلغ كتلته (15 kg) تم سحبه إلى الأعلى بسرعة ثابتة بواسطة قوة ثابتة $(\vec{F})$ مسافة (5.7 m) على مستوٍ عديم الاحتكاك مائل بزاوية (θ) على الأفق، حيث يبلغ الارتفاع العمودي للمستوي المائل مسافة (h = 2.5 m)، تأمل الشكل (٣- ٤).

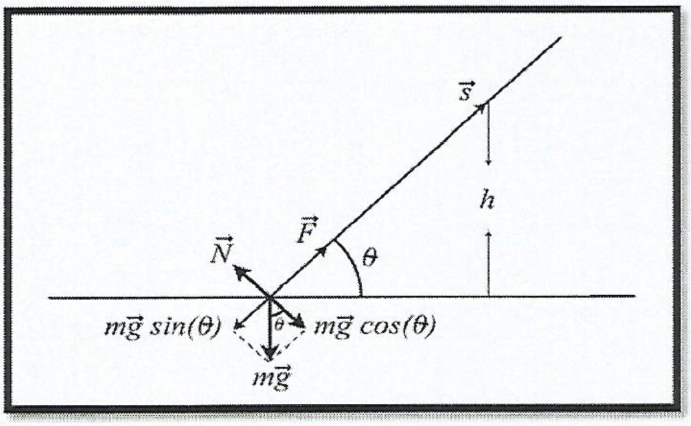
أوجد حسابياً:

١- مقدار القوة التي يجب أن تؤثر على صندوق الشحن.

٢- مقدار الشغل الذي تم إنجازه بواسطة القوة $(\vec{F})$.

٣- هل يتغير مقدار الشغل المنجز إذا تغيرت الزاوية (θ)؟ وضّح ذلك.

الحل Solution:



الشكل (٣- ٤) المثال (١- ٤)

١- من الواضح أن القوة $(\vec{F})$ التي تشغل على سحب الصندوق إلى الأعلى، تقابل بالاتجاه المعاكس المركبة السينية للوزن $(m\vec{g})$ وهي : $(m\vec{g}\sin\theta)$.

$$\left\{\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{h}{s} = \frac{2.5}{5.7} = 0.438 \\ \theta &= \sin^{-1}(0.438) \\ &= 26^\circ \end{aligned}\right.$$

$$F = mg\sin\theta = mg\left(\frac{h}{s}\right)$$

$$= (15\,kg)\left(9.8\,\frac{m}{s^2}\right)\left(\frac{2.5\,m}{5.7\,m}\right) = 65\,N$$

٢- $W = Fs\cos(\theta)$

نلحظ أن الزاوية (θ) هي الزاوية بين متجه الإزاحة $(\vec{s})$ ومتجه القوة $(\vec{F})$ وتساوي صفراً.

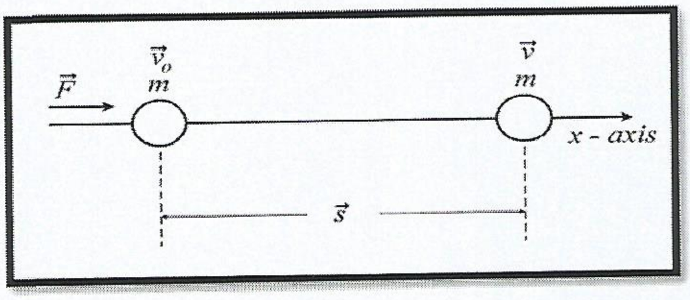
$$W_F = (65\ N)\ \ (5.7\ m)\cos(\theta) = 368\ J$$

٣- حينما تتغير الزاوية (θ) فإنَّ هذا سيؤدي إلى تغيير الإزاحة، وعليه فإن المقدار sin (θ) سوف يتغير، أي أن القوة $(\vec{F})$ سوف تتغير بالمقدار الذي طرأ على sin (θ) نفسه، وهكذا نجد أن الشغل أيضاً سوف يتغير.

٣- ٤ الطاقة الحركية Kinetic Energy:

إن هذه كلمة "الطاقة" تعني المقدرة على انجاز شغل. وامتلاك جسم ما للطاقة هذا يعني أنه يستطيع انجاز شغل يتناسب مع هذه الطاقة التي يمتلكها.

تعلم أن وحدة قياس كلٍ من الشغل والطاقة الميكانيكية عموما هي الجول، وهذا يقود إلى التساؤل عن طبيعة العلاقة بين هذين المفهومين المهمين في الفيزياء عموماً وفي دراسة الحركة الميكانيكية على وجه الخصوص، بل نستطيع القول: إنَّ العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية أو الطاقة الكامنة هي علاقة مباشرة وأساسية، ولذا فإننا سوف نبدأ أولاً ببيان علاقة الشغل بالطاقة الحركية، تأمل الشكل (٢- ٤).



الشكل (٤- ٤) ويبين العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية

حينما تؤثر قوة ثابتة $(\vec{F})$ على الجسم ذي الكتلة (m)، فإنها تؤدي إلى انتقاله إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ تكون القوة قد أنجزت خلالها شغلاً مقداره $(\vec{W})$، كما أن القوة أدت إلى تغيير سرعة الجسم من $(\vec{v}_o)$ وهي السرعة الابتدائية إلى $(\vec{v})$ وهي السرعة النهائية عند نهاية الإزاحة $(\vec{s})$، وبمعنىً آخر فإن هناك فرقاً في الطاقة الحركية قد حصل بين الموقعين الابتدائي والنهائي، وهذا الفرق (يمثل مقدار الطاقة التي يمتلكها الجسم)هو : الشغل المنجز خلال هذه الإزاحة.

إن الربط بين مفهوم قانون نيوتن الثاني في الحركة $(\vec{F} = m\vec{a})$، ومفهوم الشغل $(\vec{W} = \vec{F}.\vec{s})$ - وذلك حينما يكون كل من متجهي القوة $(\vec{F})$ والإزاحة $(\vec{s})$ على خط التأثير نفسه وبذات الاتجاه- تبيِّن لنا مفهوم العلاقة بين الشغل والطاقة الحركية، إننا نعبِّر عن الشغل بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{W} = (m\vec{a})\vec{s} \qquad (4\text{-}3)$$

حيث $(\vec{a})$ تسارع الجسم ذي الكتلة (m)، أما تَغيُّر السرعة فنعبِّر عنه بواسطة قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت - كما مرَّ معنا في الوحدة الثالثة- على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2as \qquad (4\text{-}4)$$

لنضرب الآن طرفي المعادلة (4-4) بالمقدار الثابت (m)، وهو : كتلة الجسم المتحرك.

$$m(v^2 - v_o^2) = 2\,mas$$

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد (٢) نجد أن:

$$(1/2)m(v^2 - v_o^2) = mas$$

أو بكتابتها مرة أخرى على النحو الآتي:

$$(1/2)mv^2 - (1/2)mv_o^2 = mas \qquad (4\text{-}5)$$

وهكذا نجد أن الطرف الأيسر للمعادلة (4-5) يمثل كلاً من:

$K_f = (1/2)mv^2$: تمثل الطاقة الحركية النهائية final kinetic energy.

$K_o = (1/2)mv_o^2$: تمثل الطاقة الحركية الابتدائية initial kinetic energy.

أما الطرف الأيمن:

(mas) : والذي يساوي($(\vec{F}.\vec{s})$ فهو : الشغل المنجز، والآن نستطيع القول: إذا تمكنا من تحديد سرعة وكتلة الجسم فإن طاقته الحركية يتم التعبير عنها بشكل عام على النحو الآتي:

$$\boxed{K = (1/2)mv^2} \qquad (4\text{-}6)$$

وهي تشير بصراحة إلى أن الطاقة الحركية للجسم تعتمد على كتلته ومربع سرعته، أي أنها دائماً تكون مقداراً موجباً.

كما أن المعادلة التي تعبّر عن التغيُّر في الطاقة الحركية للجسم تصبح على النحو الآتي:

$$K_f - K_o = W \qquad (4\text{-}7)$$

أي أن الفرق في الطاقة الحركية للجسم، هو : الشغل المنجز خلال الإزاحة $(\vec{s})$ التي ظهر فيها تأثير القوة $(\vec{F})$. وهذا هو مضمون نظرية الشغل - الطاقة الحركية work-kinetic energy theorem، كما يمكن التعبير عن الطاقة الحركية النهائية على النحو الآتي:

$$K_f = W - K_o \qquad (4\text{-}8)$$

ومن الممكن تعميم هذه الدراسة على الحالة التي يظهر فيها تأثير أكثر من قوة واحدة على الجسم، وذلك بإيجاد محصلة القوى المؤثرة فيه.

ولبيان علاقة الطاقة الحركية بالسرعة تأمل المثال الآتي:

تطبيق ٢- ٤

تبلغ الطاقة الحركية لإلكترون معدن النحاس عند درجة حرارة الصفر المطلق $(6.7\times 10^{-19}\,J)$.

أوجد حسابياً سرعة الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(9.11\times 10^{-31}\,kg)$.

الحل Solution:

$$K = (1/2)mv^2$$

$$v^2 = \frac{2K}{m}$$

$$v = \left(\frac{2K}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\left(\frac{(2)(6.7\times 10^{-19}\,J)}{(9.11\times 10^{-31}\,kg)}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$v = 1.2\times 10^{6}\,(m/s)$$

٤- ٤ الطاقة الكامنة Gravitational Potential Energy:

حينما يتم رفع جسم ذي كتلة (m) مسافة عمودية إلى الأعلى مقدارها (y) بواسطة قوة مقدارها (F) فإن هذه القوة في الحد الأدنى يجب أن تساوي وزن الجسم ذي الكتلة المعلومة، وبذلك تكون القوة قد أنجزت شغلا مقداره:

$$W = Fy$$
$$W = mgy$$

إن هذا الشغل الذي تم انجازه يكمن في الجسم على شكل طاقة تمكنه من انجاز شغل حينما يسمح له بالسقوط، هذه الطاقة تسمى "طاقة الوضع" الناتجة عن تأثير مجال الجاذبية الأرضية.

إن المستوى المرجعي الذي تعد طاقة الوضع عنده مساوية للصفر هو سطح الأرض، وتأسيسا على ذلك فإن طاقة الوضع تكون موجبة فوق سطح الأرض، وسالبة تحت سطح الأرض.

هذا، وكنا قد أشرنا إلى وجود علاقة مباشرة بين كل من الشغل من جهة والطاقة الحركية، والشغل والطاقة الكامنة من جهة أخرى، وذلك في الفقرة ٣- ٤ من هذه الوحدة، فما حقيقة العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة؟ للإجابة عن هذا التساؤل تأمل الشكل (٥- ٤).

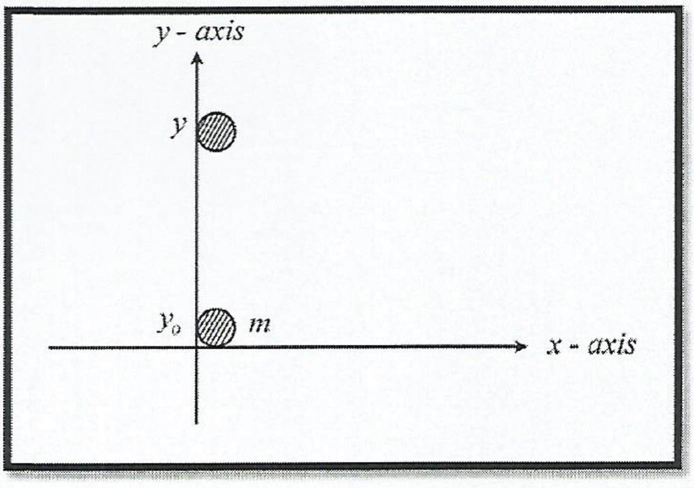
إن التغيُّر في طاقة الوضع للجسم ذي الكتلة (m) الموضَّح في الشكل (٥- ٤) بين الموضعين (y_o) و(y) لهذه المجموعة السهلة (الأرض والجسم) هو : التغيُّر الحاصل في الشغل المنجز بين الموقعين (y_o) و(y) والذي تمثله الإزاحة العمودية (Δy)، أي أن:

$$\boxed{U_f - U_o = mg\,\Delta y} \qquad (4\text{-}9)$$

حيث إن الطرف الأيسر للمعادلة (4-9) يمثل كلٍ من:

$U_f = mgy$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه النهائي final potential energy.

$U_o = mgy_o$: تمثل الطاقة الكامنة للجسم عند وضعه الابتدائي initial potential energy.



الشكل (٥- ٤) يبين العلاقة بين الشغل والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع

أما الطرف الأيمن للمعادلة (4-9):

$mg\,\Delta y$: فيمثل الشغل المنجز خلال الإزاحة العمودية (Δy). حيث تمثل (Δy) صافي الارتفاع، أو الانخفاض عن مستوى سطح الأرض.

ويلحظ من الشكل (٥- ٤) أن اختيار الاتجاه الصادي لمحور الأرض (y) هو للدلالة على أن القوى التي تؤثر على امتداد المحور الموازي لمحور الأرض هي التي تؤثر في طاقة الجسم الكامنة والتي تجعل تسميتها أحياناً بطاقة الوضع التثاقلية gravitational potential energy تسمية مقبولة جداً.

إذن خلاصة القول: إنَّ الشغل المبذول لرفع أو خفض الجسم إزاحة مقدارها (Δy) في الاتجاه العمودي يساوي تماماً طاقة الجسم الكامنة، وهذا ما يجيب عن تساؤلنا حول طبيعة العلاقة بين الشغل المنجز والطاقة الكامنة.

٥- ٤ القدرة Power:

تعد القدرة معدل انتقال الطاقة خلال وحدة الزمن. أو الشغل المبذول في وحدة الزمن .إنَّ هذا المفهوم الفيزيائي المهم مرتبطٌ بمفهوم الشغل الذي يتم إنجازه خلال مدة زمنية معلومة. فإذا كان الشغل الذي تنجزه القوة يساوي (W) مقيساً بالجول، وأن هذه القوة أنجزت شغلاً قدره (ΔW) خلال زمن مقداره (Δt) فإن متوسط قدرة القوة force average power على إنجاز الشغل يُعبّر عنه بالعلاقة الرياضية:

متوسط القدرة:

$$\boxed{P=\frac{\Delta W}{\Delta t}} \qquad (4\text{-}10)$$

أما القدرة اللحظية instantaneous power، فيعبَّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$P=lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta W}{\Delta t}$$

أي أن:

$$\boxed{P=\frac{dW}{dt}} \qquad (4\text{-}11)$$

وأما إذا كانت القوة ثابتة المقدار، فإن القدرة اللحظية حينما لا يكون متجها القوة والسرعة على اتجاه واحد، يعبّر عنها بالعلاقة الرياضية:

$$\begin{aligned}P&=F\,cos(\theta)\frac{dx}{dt}\\&=Fv\,cos(\theta)\end{aligned} \qquad (4\text{-}12)$$

ومن الواضح أن كلاً من الكميتين (F) و (v) مضروبتان ببعضهما ضربا قياسا. تقاس القدرة في النظام الدولي (SI) بالواط (Watt) وهو : قدرة آلة تنجز شغلاً مقداره جول واحد لكل ثانية واحدة.

$$1Watt = 1W = 1\frac{J}{s}$$

وغالباً ما نستخدم وحدة أخرى لقياس القدرة وهي الحصان البخاري horse power والذي يُعبّر عنه بالعلاقة الآتية:

$$1\ horse\ power = 1\ hp = 746\ W$$

ومن الأمثلة على ثبوت القوة المؤثرة بالمقدار، هي الحالات التي يتبع الشغل المنجز فيها لجزيء أو ذرة من خلال تأثير القوة $(\vec{F})$ ومقدار السرعة $(\vec{v})$، وعليه فإن القدرة اللحظية هي الصيغة المناسبة للاستخدام في هذه الحالات.

ولبيان علاقة الشغل بكلٍ من القوة بالإزاحة وعلاقة الشغل بالقدرة المستهلكة، تأمل المثال الآتي:

تطبيق ٣- ٤

جسم مقدار كتلته (102 kg) يسير بسرعة ابتدائية مقدارها (53 m / s) على خط مستقيم، تم إيقافه بواسطة تعجيل تباطؤٍ مقداره ($2\ m/s^2$).

أوجد حسابياً:

١- القوة اللازمة لتحقيق الإيقاف.

٢- الإزاحة التي قطعها الجسم خلال تأثير التعجيل التباطؤ عليه.

٣- الشغل الذي تم إنجازه بواسطة قوة الإيقاف.

٤- (معدل انتقال الطاقة) أي القدرة المستهلكة، إذا كان الزمن الذي استغرقه الجسم حتى يتوقف (t = 120 s).

٥- أعد الطلب الأول مستخدماً المقدار ($4\ m/s^2$) كتعجيل تباطئي.

الحل Solution:

١- باستخدام قانون نيوتن الثاني، فإن القوة المؤثرة:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$= (102\,kg)(-2\,m/s^2) = -204\,N$$
$$-v_o^2 = 2\,as$$

٢-

$$s = \frac{-v_o^2}{-2a} = \frac{(53\,m/s)^2}{2\times 2\,(m/s^2)} = 702.2\ m$$

٣- الشغل المنجز هو:

$$W = Fd = (-204\,N)(702.2\,m)$$
$$= -14.33 \times 10^4\,J$$

٤-
$$p = \frac{W}{t} = \frac{(14.33 \times 10^4\,J)}{(30\,s)}$$
$$= 1194.2W$$

٥- القوة المؤثرة في هذه الحالة هي:

$$F = ma = (204\,m)(-4.0\,m/s^2)$$
$$= -816\,N$$

لاحظ أن مقدار القوة في كلا الحالتين هو مقدار سالب، (ناقش هذا الأمر).

٦- ٤ حفظ الطاقة Conservation of Energy:

تَظهر الطاقة على أشكال كثيرة، وهي معروفة في جملتها، فمنها على سبيل المثال، الطاقة الميكانيكية mechanical energy وهي : مجموع الطاقة الحركية kinetic energy والطاقة الكامنة أو طاقة الوضع التثاقلي gravitational potengal energy، والطاقة الحرارية thermal energy، والطاقة الكيميائية chemical energy، والطاقة الضوئية optical energy، والطاقة الذرية atomic energy إلى ما هنالك من أشكال الطاقة الأخرى، وبصرف النظر عن الشكل الذي تظهر عليه الطاقة، فإن مبدأ حفظ الطاقة يبقى صحيحاً ممكن التطبيق. إلا أنَّنا في دراستنا هذه سنقتصر فقط على الطاقة الميكانيكية.

إنَّ الطاقة مفهوم فيزيائي يعرّف بأنه القدرة على إنجاز شغل، مثلما أوضحنا في الفقرات ٢- ٤ و٣- ٤ من هذه الوحدة تماماً، وطاقة جسم ما، هي قدرته أو إمكانيته على إنجاز هذا الشغل، والطاقة الحركية كما أشرنا (K) هي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب حركته.

إننا سوف نكرر المعلومات سابقة الذكر لنبين بسهولة كيف تكون الطاقة الميكانيكية محفوظة، ولبيان ذلك فإننا سوف نفترض بأن جسماً كتلته (m) يتحرك بسرعة $(\vec{v})$ فإن طاقته الحركية هي:

$$K = (1/2)mv^2 \qquad (4\text{-}13)$$

وأما الطاقة الكامنة (U) فهي الطاقة التي يكتسبها الجسم بسبب وضعه وتحديداً ارتفاعه عن سطح الأرض، فإذا ما افترضنا أن جسماً كتلته (m) ويرتفع مسافة (h) عن سطح الأرض فإن طاقته الكامنة هي:

$$U = mgh \qquad (4\text{-}14)$$

حيث $(\vec{g})$ تسارع الجاذبية الأرضية gravitational acceleration.

أما إذا كان الجسم متصلاً بطرف نابض حلزوني spring، وأزيح بمقدار (x) عن موضع توازنه equilibrium position، فإن طاقته الكامنة تُعطى بالعلاقة الرياضية:

$$U = (1/2)kx^2 \qquad (4\text{-}15)$$

حيث (k) هو ثابت النابض الحلزوني، أما تعريفه، فيكون بالرجوع إلى قانون هوك Hock's low والذي يعبَّر عنه بالعلاقة الرياضية:

$$\vec{F} = -kx \qquad (4\text{-}16)$$

ومعنى الإشارة السالبة أن اتجاه تأثير القوة يكون بعكس الإزاحة (x). وبمعاينة هذا القانون نجد $(k = -\vec{F}/x)$ أي أنَّ ثابت النابض هو القوة اللازمة لإحداث زيادة في طوله بمقدار وحدة طول واحدة، ووحدة قياسه في النظام الدولي هي: ($N.m^{-1}$).

وسواء في الحالة العامة، أو في حالة النابض الحلزوني، فإن مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية يتم التعبير عنه بالعلاقتين الرياضيتين الآتيتين:

$$E = (1/2)mv^2 + mgh \qquad (4\text{-}17)$$

$$E = (1/2)mv^2 + (1/2)kx^2 \qquad (4\text{-}18)$$

أي أن الطاقة الميكانيكية الكلية هي : مجموع الطاقتين الحركية والكامنة، ومعنى ذلك رياضياً:

$$\boxed{E = K + U} \qquad \text{(حفظ الطاقة الميكانيكية)} \qquad (4\text{-}19)$$

وعلى **سبيل الذكر** في هذا المقام ونحن نتحدث عن حفظ الطاقة، من المناسب إعادة صياغة المعادلة (4-19) بشكلها العام (مختلف أشكال الطاقة) والتي يظهر فيها أن الطاقة الكلية لجسم معزول، لا يخضع لتأثير أي قوة خارجية تبقى ثابتة، وهو ما يشير بشكل قطعي إلى أن مجموع التغيرات لمختلف أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$$0 = \Delta K + \Delta U = \Delta E_{ther} + \qquad \text{(التغير في جميع أشكال الطاقة)} \qquad (4\text{-}20)$$

حيث:

$$\Delta K = K_f - K_o$$
$$\Delta U = U_f - U_o$$

أي أن الطاقة الحركية أو الكامنة النهائية ناقصاً الطاقة الحركية أو الكامنة الابتدائية يساوي صفراً، وهكذا بالنسبة لباقي أشكال الطاقة.

أما إذا كان الجسم خاضعاً لتأثير ***قوة أو مجموعة من القوى الخارجية*** فإن الجسم في هذه الحالة لا يكون معزولاً كما أن العلاقة (4-20) تأخذ شكلاً آخر، وهو:

$$\Delta K + \Delta U + E_{ther} + \ldots = W \qquad (4\text{-}21)$$

وفي هذه الحالة لا تكون الطاقة محفوظة بل متغيرة، وحريّ بنا في هذا المقام أن نشير إلى بعض الحالات الخاصة فيما يتعلق بمبدأ حفظ الطاقة:

١- في التفاعلات الكيميائية تعد كلاً من الطاقة والكتلة محفوظة.

٢- في التفاعلات النووية على سبيل المثال: تكون الطاقة المتحررة أكبر ملايين المرات من الطاقة المتحررة في التفاعلات الكيميائية، وفي هذه الحالة يرتبط كل من الطاقة والكتلة بما يعرف بمعادلة الطاقة المكافئة للكتلة mass-energy والتي تنسب لأينشتاين، أما صيغتها الرياضية فهي:

$$\boxed{E = mc^2} \qquad (4\text{-}22)$$

حيث إن:

(E) هي طاقة الكتلة.

(m) هي الكتلة.

(c) هي سرعة الضوء speed of light.

كما يمكن استخدام هذا المبدأ العام لتكافؤ الكتلة والطاقة، حيث كانت المعطيات والظروف الفيزيائية مناسبة(المسرعات النووية على سبيل المثالnuclear accelerators).

٣- إن الطاقة في الذرة تكون مكممة quantized، أي أن لها قيم محددة، فعلى سبيل المثال لو تغيرت طاقة الذرة من المستوى (E_x) إلى المستوى (E_y) ذي طاقة أقل فإن الذرة في هذه الحالة يجب أن تحرر طاقة مقدارها:

$$\boxed{E_x - E_y = hf} \qquad (4\text{-}23)$$

حيث إن (h) هو ثابت بلانك Planck's constant ويساوي عددياً:

$$h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s$$
$$= 4.14 \times 10^{-15}\ eV.s$$

أما (f) فهو تردد الموجة التي ربما تكون ضوئية، ويقاس بوحدات التردد المعروفة.

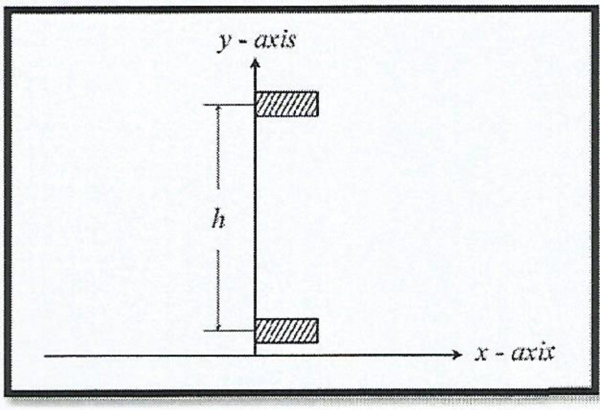
ولبيان كيفية استخدام معادلات حفظ الطاقة لدراسة الجسم الذي يتحرك بتسارع ثابت، تأمل المثال الآتي:

تطبيق ٤- ٤

سقط جسم كتلته (m) من ارتفاع (h) عن سطح الأرض، وأصبحت سرعته قبل أن يمس الأرض مباشرة (v)، انظر الشكل (٦- ٤).

١- أوجد رياضياً معادلات كل من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل بدء السقوط!

٢- أوجد رياضياً معادلات كل من الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للجسم قبل ملامسته للأرض مباشرة!



الشكل (٦- ٤) المثال (٤- ٤)

الحل Solution:

هذا مثال سهل على طبيعة العلاقة بين كلٍ من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة، وهو يمثل مرحلتين مختلفتين:

١- المرحلة الأولى: وفيها نجد أن الجسم ساكن، أي أن سرعته الابتدائية تساوي الصفر، وهذا يعني أن الطاقة الحركية أيضاً تساوي الصفر، وبتطبيق القانون العام لحفظ الطاقة نجد أن:

$$U + K = m\vec{g}h + 0$$

٢- المرحلة الثانية: وفيها يكاد الجسم يلامس سطح الأرض، وهذا يعني أن ارتفاعه عن الأرض يساوي الصفر مما يؤدي إلى أن طاقته الكامنة تساوي الصفر، أي أن:

$$U + K = 0 + (1/2)mv_o^2$$

وكما هو معروف بأن مجموع الطاقتين (الكامنة والحركية)، قبل وبعد الحركة يجب أن يكونا متساويين وفقاً لمبدأ حفظ الطاقة.

$$0 + (1/2)mv_o^2 = mgh + 0$$

ومن هنا نجد أن السرعة (v) وهي سرعة الجسم الابتدائية:

$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

أما إذا عدنا إلى معادلات الحركة بتسارع ثابت في الوحدة الثالثة من هذا الكتاب، فإن السرعة عند بدء حركة الجسم، يمكن حسابها أيضاً على النحو الآتي:

$$v^2 = v_o^2 + 2ax$$

حيث إن:

(v): هي السرعة النهائية، وهي تساوي الصفر في هذه المسألة.

(v_o): هي السرعة الابتدائية، أما $(x = h)$ و $(\vec{a} = \vec{g})$ إذن:

$$0 = v_o^2 - 2\vec{g}h$$
$$v_o = \sqrt{2\vec{g}h}$$

وهي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها حين استخدامنا لمبدأ حفظ الطاقة، أي أن هذا المثال يوضح لنا كيف وصلنا إلى حل هذه المسألة بطريقتين، الأولى باستخدام مبدأ حفظ الطاقة، والثانية باستخدام قوانين حركة الجسم بتسارع ثابت.

تطبيق ٥- ٤

قذيفة كتلتها (4 kg) أطلقت من فوهة مدفع بشكل عمودي نحو الأعلى حيث كانت سرعة الإطلاق (300 m / s).

١- أوجد حسابياً تسارع القذيفة بعد أن تغادر المدفع.

٢- أوجد حسابياً الزمن الذي تستغرقه القذيفة كي تصل إلى أقصى ارتفاع.

٣- إذا كانت مقاومة الهواء مهملة، أوجد حسابياً موقع وسرعة القذيفة بعد زمن قدره (25 s)، ثم أوجد كلاً من الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للقذيفة.

الحل Solution:

١- بعد إطلاق القذيفة مباشرة وبشكل عمودي نحو الأعلى، نجد أن القوة الوحيدة المؤثرة عليها هي قوة وزنها والمتجهة نحو الأسفل، وباستخدام قانون نيوتن الثاني نجد أن:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\vec{g}$$
$$\vec{a} = -\vec{g} = -9.8(m/s^2)$$

والإشارة السالبة تشير إلى أن اتجاه تسارع الجاذبية الأرضية نحو الأسفل.

٢- وبتطبيق قوانين الحركة على خط مستقيم بتسارع ثابت نجد:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$
$$\vec{v} = \vec{v}_o - \vec{g}t$$

حينما تصل القذيفة إلى أعلى ارتفاع لها، هذا يعني أن سرعتها النهائية تساوي صفراً، أي أنَّ:

$$\vec{v}_o = \vec{g}t$$
$$300\,(m/s) = 9.8(m/s^2)t$$
$$t = \frac{300(m/s)}{9.8(m/s^2)} = 30.6(s)$$
$$v_f = v_0 - gt$$
$$= 300(m/s) - 9.8(m/s^2)25(s)$$
$$v = 55(m/s)$$
$$K = \frac{1}{2}mv_2^2$$
$$= (1/2)(4kg)(55\,m/s)^2$$
$$= 6050J$$
$$U = mgh$$
$$v^2 = v_o^2 + 2ax = v_o^2 - 2gh$$

وهي خطوة مهمة لإيجاد الارتفاع العمودي الذي تكون عليه القذيفة بعد زمن قدره (25 s).

$$h = \frac{v^2 - v_o^2}{2g}$$
$$= \frac{(55\,m/s)^2 - (300\,m/s)^2}{2(-9.8\,m/s^2)}$$
$$h = 4437.5(m)$$
$$U = (4\,kg)(9.8\,m/s^2)(4437.5\,m)$$
$$= 173950(J)$$

ومن الممكن إيجاد الارتفاع (h) على النحو الآتي:

$$y = h = v_o t - (1/2)gt^2$$
$$= (300\,m/s)(25\,s) - (1/2)(9.8\,m/s^2)(25\,s)^2$$
$$h = 4437.5(m)$$

وهي النتيجة نفسها التي حصلنا عليها باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

٧- ٤ كمية الزخم الخطي Momentum:

إنَّ كمية الزخم الخطي هي مقدار اتجاهي يتعلق مباشرة بكل من سرعة الجسم $(\vec{v})$ وكتلته (m)، وتظهر كمية الزخم الخطي حين تأثير الجسم المتحرك على جسم أخر يحاول إيقافه، وتُعرَّف بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$\vec{P} = m\vec{v} \tag{4-24}$$

حيث $(\vec{P})$ هي كمية الزخم الخطي momentum، ومن التطبيقات والتفسيرات الفيزيائية المهمة، أنَّ نيوتن فسر قانونه الثاني معتمداً هذا المفهوم وذلك على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \tag{4-25}$$

ونلحظ بسهولة أنَّ: $(d\vec{v}/dt = \vec{a})$.

كما أننا نستطيع التوصل إلى مفهوم كمية الدفع المؤثر على جسم يتعرض لتأثير متوسط القوة $(\vec{F})$ خلال زمن (t) وذلك حين دراسة حركة جسم بتسارع منتظم على النحو الآتي:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$v = v_o + at$$

$$v = v_o + \frac{F}{m}t$$

بعد توحيد مقامات الطرف الأيمن ،وضرب الوسطين بالطرفين نجد أن:

$$mv - mv_o = Ft \tag{4-26}$$

ونلحظ في الطرف الأيسر أنَّ المقدار $(mv - mv_o)$، هو : التغير في كمية الزخم الخطي، إذن:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}t \tag{4-27}$$

وهذا ما يشير إلى أن متجه كمية الزخم الخطي باتجاه متجه القوة، أما الكمية $(\bar{F}t)$ فتسمى بالدفع والذي يمكن تعريفه على أنه التغير الحاصل في كمية الزخم الخطي، ونؤكد هنا أنَّ القوة $(\bar{F})$ هي متوسط القوة المؤثرة خلال الزمن (t).

تطبيق ٦- ٤

أوجد متوسط القوة $(\bar{F})$ المعوقة لسيارة كتلتها (2000 kg)، نقصت سرعتها من (40 m / s) إلى (30 m / s) وذلك خلال زمن مقداره (4 s).

الحل Solution:

$$\vec{F}t = \Delta P = mv - mv_o = m(v - v_o)$$
$$= (2000\,kg)(30\,m/s - 40\,m/s)$$
$$= 2\times 10^2\ kg(m/s)$$
$$\bar{F} = \frac{-2\times 10^4\ kg(m/s)}{4s}$$
$$= -5000\,N$$

والإشارة السالبة تدل على أن القوة عكس اتجاه الحركة.

إنَّ المعادلة (27-4) تبقى صحيحة حين تطبيقها على مجموعة الأجسام، ولكنها تأخذ الصيغة العامة الآتية.

$$\vec{P} = m\vec{v}_{cm} \qquad (4\text{-}28)$$

حيث (m) هي كتلة مجموعة من الأجسام، بينما $(\vec{v}_{cm})$ هي سرعة مركز الكتلة center of mass velocity لمجموع الأجسام الداخلة في الزخم الخطي.

٨- ٤ قانون حفظ كمية الزخم الخطي Conservation of Momentum:

حينما يكون المجموع الجبري لمجموع القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوياً للصفر، فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة conservative، أي أنَّه لا يسمح بخروج أو دخول أي جسم منها أو إليها، وبمعنى أخر، تكون جملةً أو (نظاماً مغلقاً) يخضع لقانون حفظ كمية الزخم الخطي، وهذا ما يُفسَّر رياضياً على النحو الآتي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad (4\text{-}29)$$

أو

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$= m\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$

ومعنى ذلك أن مقدار كمية الزخم الخطي ثابت، ونعبِّر عن ذلك رياضياً على النحو الآتي:

$$\vec{P} = constant \qquad (4\text{-}30)$$

إنَّ هذه النتيجة المهمة هي ما يسمى بقانون حفظ كمية الزخم الخطي والتي تؤدي إلى:

$$\Delta P = 0 = P_f - P_o$$

أي أنه:

$$\boxed{P_f = P_o} \qquad (4\text{-}31)$$

حيث إن:

(P_o) كمية الزخم الخطي الابتدائية.

(P_f) كمية الزخم الخطي النهائية.

<u>تطبيق ٧- ٤ للاطلاع فقط</u>

رجل كتلته (75 kg)، يركب سيارة صغيرة كتلتها (39 kg) وتبلغ سرعتها (2.3 m / s) ، قفز الرجل من السيارة بسرعة أفقية مساوية للصفر، أوجد التغير الحاصل في سرعة العربة نتيجة لذلك.

الحل Solution:

لسهولة الحل افرض أن:

كتلة السيارة : (m_c)

كتلة الرجل: (m_m)

سرعة السيارة والرجل الابتدائية: (v_o)

سرعة السيارة بعد أن قفز الرجل منها: (v_c)

إن قانون حفظ كمية الزخم الخطي يؤدي إلى:

$$(m_m + m_c)v_o = m_c v_c$$

$$v = v_c = \frac{(m_m + m_c)v_o}{m_c}$$

$$= \frac{[(75kg) + (39kg)](2.3m/s)}{(39kg)}$$

$$= 6.7m/s$$

مقدار التغير في سرعة السيارة:

$$\Delta v = v - v_o = (6.7m/s) - (2.3m/s)$$

$$= (4.4m/s)$$

مسائل عامة محلولة
solved problems

١- ٤ بندول سهل مكون من كرة حديدية كتلتها (m) وخيط طوله $(l = 2m)$ جُذِب نحو اليسار إلى النقطة (A)، انظر الشكل (٧- ٤) صفحة ٣٠٩، بحيث يصنع الخيط زاوية مقدارها (30°) مع وضع الاستقرار للبندول، ترك بعد ذلك كي يتحرك مُبتدئاً من النقطة (A).

١- أوجد سرعة البندول عند النقطة (B).

٢- أوجد سرعة البندول عند النقطة (C).

الحل:

١- حينما تكون النقطة (A) هي بداية الحركة، انظر الشكل، فإن البندول يملك طاقة كامنة تساوي:

$$U_A = mgh = mg(2-1.732)$$

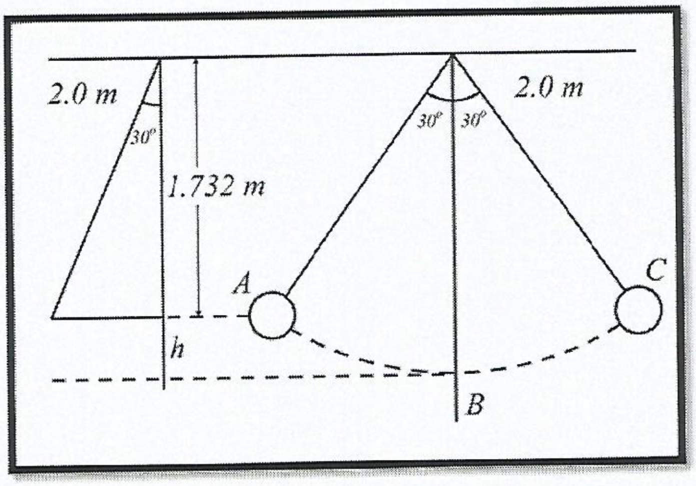
أما طاقته الحركية:

$$K_A = (1/2)mv_o^2 = 0$$

وذلك لأن (v_o^2) تساوي الصفر.

عند النقطة (B) نجد أن الطاقة الكامنة: $U_B = 0$، وذلك لأن الارتفاع $(h=0)$ عند النقطة (B)، بينما الطاقة الحركية:

$$K_B = (1/2)mv^2$$



الشكل (٧- ٤)

وبما أن الطاقة الميكانيكية الكلية كمية محفوظة نجد أنّ:

$$\Delta W = \Delta U + \Delta K = 0$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$m(9.8\,m/s^2)(0.267\,m) = (1/2)mv_B^2$$
$$v_B = 2287\,m/s$$

وهي سرعة البندول عند النقطة (B).

٢- لإيجاد سرعة البندول عند النقطة (C) نستخدم مرة أخرى الصيغة العامة لقانون حفظ الطاقة بين النقطتين (B) و (C):

$$\Delta W = 0$$
$$\Delta U = 0(h = 0)$$
$$\Delta U = \Delta K$$
$$0 = (1/2)mv_C^2 \quad m \neq 0 \Rightarrow v_C = 0$$

من الملاحظ أن (v_C) عند النقطة (C) لا تساوي (v_B)، كما أنه من المناسب هنا ضرورة ملاحظة أن هذا المثال يعد مثالاً رائعاً لبيان التبادل المستمر بين الطاقة الحركية والطاقة الكامنة طوال مدة حركة البندول. وبعبارة أخرى وتمشياً مع جوهر قانون حفظ الطاقة، نؤكد على: أن أية زيادة في الطاقة الحركية للبندول يقابلها نقصان مساوٍ لها في الطاقة الكامنة، والعكس صحيح.

٢- ٤ :

١- أوجد كمية طاقة الكتلة التي يمكن الحصول عليها من كتلة مقدارها (102 g) من أحد العناصر المشعة، مقدَّرة بالجول.

٢- كم من السنوات تكفي هذه الطاقة التي أوجدتها في الجزء الأول من هذا السؤال لعائلة تستهلك طاقة سنوية قدرها (1 kW).

الحل:

١- هذا مثال على تحول الكتلة إلى طاقة وفيه نستخدم علاقة الطاقة المكافئة للكتلة المعروفة:

$$E = mc^2$$

حيث (C) هي سرعة الضوء وتساوي $(3 \times 10^8\ m/s)$.

$$E = (0.12\,kg)(3 \times 10^8\ m/s^2)$$
$$= 1.08 \times 10^{16}\ joule$$

٢- من المعلوم أن العلاقة بين الطاقة والقدرة هي:

$$E = Pt$$

حيث (P) هي القدرة المستهلكة خلال الزمن (t):

$$t = \frac{E}{P} = \frac{1.08\times10^{16}\ Joule}{1000\ W}$$
$$= 1.08\times10^{13}\ s$$
$$= 3.44\times10^{5}\ y$$

٣- ٤ أوجد مقدار التغير في طاقة الذرة لأحد العناصر، إذا صدر منها ضوء بتردد مقداره $(4.3\times10^{14}\ Hz)$.

الحل:

هذا مثال سهل على تكمم الطاقة وهكذا تتم معاملته باستخدام قانون التغيُّر في الطاقة المرافق لتحرر الموجة الضوئية، ذات التردد المعلوم (f).

$$\Delta E = E_f - E_o = hf$$

نحن نعلم أن (h) هو ثابت بلانك ويساوي $(6.63\times10^{-34}\ J.s)$ ويساوي أيضاً $(4.14\times10^{-15}\ eV)$، أما (f) فهو تردد الفوتون ويساوي $(4.3\times10^{14}\ s^{-1})$ إذن:

$$= -(4.14\times10^{-15}\ eV.s)(4.3\times10^{14}\ s^{-1})$$
$$\Delta E = -1.8\,eV$$

والإشارة السالبة تدل أن طاقة المستوى الأول (E_o) أكبر من طاقة المستوى الثاني (E_f).

٤- ٤ قطعة من الحجر مقدار كتلتها (m) كيلوغرام، سقطت من السكون من سطح عمارة ارتفاعها $(90\,m)$.

١- أوجد حسابياً سرعتها النهائية مستخدماً قانون حفظ الطاقة الميكانيكية.

٢- أوجد حسابياً الزمن الذي يستغرقه الحجر حتى يصل إلى سطح الأرض (استخدم قوانين الحركة على خط مستقيم، معتمداً $(g = 9.8\,m/s^2)$).

الحل:

١- إن قانون حفظ الطاقة يؤدي إلى: 0

$$m\,g\,h + \frac{1}{2}\cancel{m v^2} = m\cancel{g h_o} + \frac{1}{2}mv_o^2$$

حيث إن:

(h): ارتفاع العمارة، (h_o): سطح الأرض.

(v) : السرعة النهائية للحجر، (v_o) : السرعة الابتدائية للحجر.

(g) : تسارع الجاذبية الأرضية.

$$\therefore \quad \cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_o^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{(2)(9.8\,m/s^2)(90\,m)}$$
$$= 42(m/s)$$

٢- إن العلاقة التي تربط بين سرعة الحجر النهائية وسرعته الابتدائية هي:

$$v = v_o + a4$$

$$(42\,m/s) = v_o + gt = 0 + (9.8\,m/s^2)t$$

$$\therefore \quad t = \frac{(42\,m/s)}{(9.8\,m/s^2)} = 4.28\,s$$

مسائل وتمارين الفصل الرابع

Chapter Four Exercises & Problems

١- ٤ أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول لسحب جسم كتلته (50 kg) على أرضية أفقية مسافة قدرها (10 m)، إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الأرضية والجسم يساوي (0.5).

٢- ٤ سُحِبتْ عربة طفل مسافة قدرها (10 m) فوق ممشى جانبي يميل بزاوية قدرها (15°) فوق الطريق الأفقي. أوجد حسابياً مقدار الشغل المبذول في هذه إذا كانت الكتلة الكلية للطفل والعربة (20 kg).

٣- ٤ تستغرق شاحنة كتلتها $(3\times10^4\ kg)$ زمناً قدره (30 min) لتصعد طريقاً جبلياً من ارتفاع (200 m) إلى (3000 m).

١- أوجد حسابياً مقدار الشغل الذي تبذله الشاحنة ضد الجاذبية الأرضية.

٢- أوجد حسابياً مقدار القدرة الحصانية التي تستهلكها الشاحنة ضد الجاذبية في هذه الحالة.

٤- ٤ مركبة فضائية متحدة مع مركبة الفضاء أبولو، تبلغ كتلة المركبتين (2.9 × 10 kg)، وتبلغ سرعتها (11.2 km / s). ما هي الطاقة الحركية للمركبتين معاً؟

٥- ٤ كرة كتلتها (200 g) تتحرك بسرعة مقدارها (20 m / s) اصطدمت عمودياً بجدار تحرك خلاله مركز الكرة مسافة قدرها (0.3 cm)، ارتدت بعد ذلك إلى الوراء وعلى المسار المستقيم الذي كانت تتحرك عليه نفسه.

١- أوجد مقدار زمن تلامس الكرة مع الجدار.

٢- أوجد متوسط القوة التي أثرت بها الكرة على الجدار.

٦- ٤ أثبت أن العلاقة الرياضية بين كمية الزخم الخطي والطاقة الحركية هي:

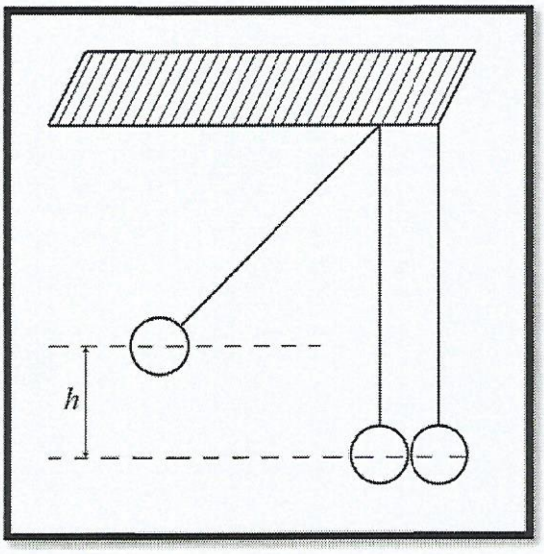
$$K=\frac{P^2}{2m}$$

٧- ٤ رصاصة كتلتها (20 g) تتحرك بسرعة قدرها (50 m/s)، اصطدمت بقالب كتلته (7 kg) مستقر في حالة السكون على سطح منضدة.

١- أوجد مقدار سرعة القالب بعد التصادم.

٢- أوجد حسابياً مقدار قوة الاحتكاك بين المنضدة والقالب إذا تحرك القالب مسافة قدرها (1.5 cm) قبل التوقف.

٨- ٤ الشكل (٨- ٤) يمثل بندولين تتلاصق كرتيهما في حالة السكون، جذب البندول الأيسر جانباً، ثم تُرك ليصدم مع البندول الأيمن الذي كان ساكناً.



الشكل (٨- ٤)، المسألة (٨- ٤)

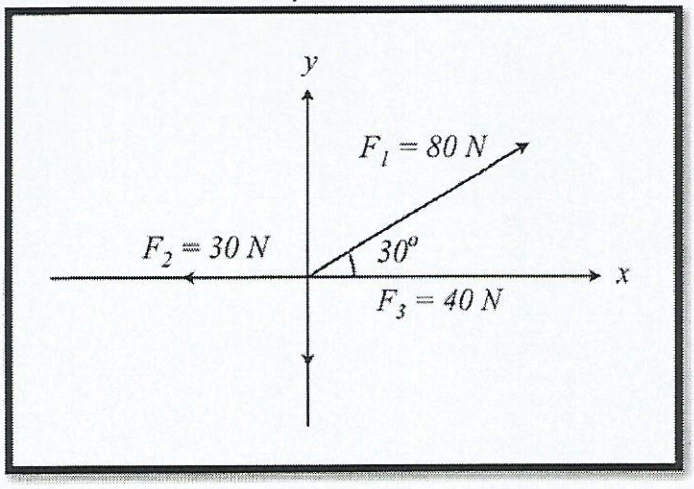
١- ما سرعة البندول الأيسر قبل التصادم مباشرة؟ أوجد مقدارها!

٢- إذا كانت الكتلتان (m_1) و(m_2) متساويتين، أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرتان بعد التصادم بدلالة الارتفاع (h)!

٩- ٤ جسم يتحرك على المحور السيني بفعل ثلاث قوى مسافة قدرها (20 m)، انظر الشكل (٩- ٤).

١- أوجد حسابياً مقدار الشغل المنجز من قبل كل من القوى الثلاث!

٢- أوجد حسابياً مقدار التغير الحاصل في كلٍ من الطاقة الحركية والكامنة!



الشكل (٩- ٤) المسألة (٩- ٤)

مسائل اختيارية
Optional Problems

١- ٤ كرة تبلغ كتلتها $(3\times10^{-4}\ kg)$ ، معلقة بخيط نحو الأسفل وبشكل عمودي على الأفق، أثّر عليها تيار هوائي ثابت بحيث دفعها إلى اليسار حتى بلغت الزاوية بين الخيط والعمود (37°).

١- أوجد حسابياً مقدار قوة دفع الهواء للكرة.

٢- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.

٢- ٤ قذف إلكترون أفقياً بسرعة مقدارها $(1.2\times10^{7}\ m/s)$ خلال مجال كهربائي يؤثر بقوة عمودية على الإلكترون مقدارها $(4.5\times10^{-16}\ N)$ فإذا تحرك الإلكترون مسافة (30 mm) أفقياً.

أوجد حسابياً مقدار المسافة العمودية التي ينحرفها الإلكترون، إذا علمت أن كتلته تساوي $(m_e = 9.1\times10^{-31}\ mg)$.

٣- ٤ سقط جسم كتلته (2 kg) من ارتفاع (20 m) إلى أسفل.

احسب متوسط قوة الاحتكاك التي تعاكس حركة الكتلة، إذا كانت سرعتها قبل الاصطدام بالأرض مباشرة هي (8 m / s).

٤- ٤ لدفع صندوق كتلته (25 kg) إلى أعلى مستوٍ مائل بزاوية (25°) مع الأفق، يبذل عامل المصلحة قوة موازية للسطح المائل مقدارها (209 N). إذا دفع العامل الصندوق مسافة قدرها (1.5 m).

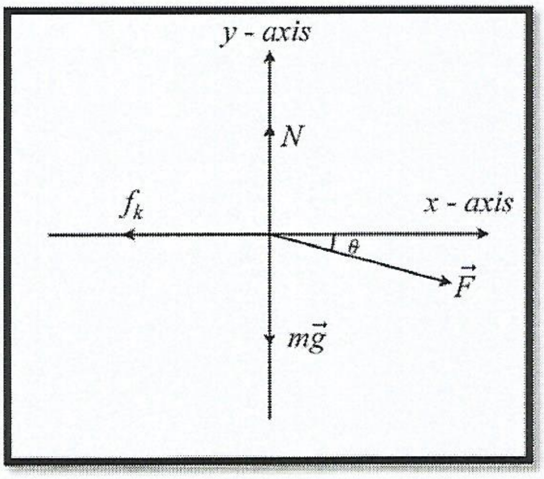
١- ما مقدار الشغل الذي تم إنجازه على الصندوق (وزن الصندوق)؟ أوجد ذلك حسابياً!

٢- ما مقدار الشغل الذي أنجزه العامل؟

٣- ما مقدار الشغل الذي أنجزته القوة العمودية المطبقة بواسطة السطح المائل؟

٤- ما مقدار الشغل الكلي الذي تم إنجازه على الصندوق؟

٥- ٤ يدفع عامل كتلة مقدارها (27 kg) على طول أرض مستوية مسافة مقدارها (9.2 m) بسرعة ثابتة وبقوة تصنع زاوية (32°) تحت المستوى الأفقي. احسب مقدار الشغل الذي أنجزه العامل على الكتلة إذا كان معامل الاحتكاك يساوي (0.20) ! انظر الشكل (١٠- ٤).

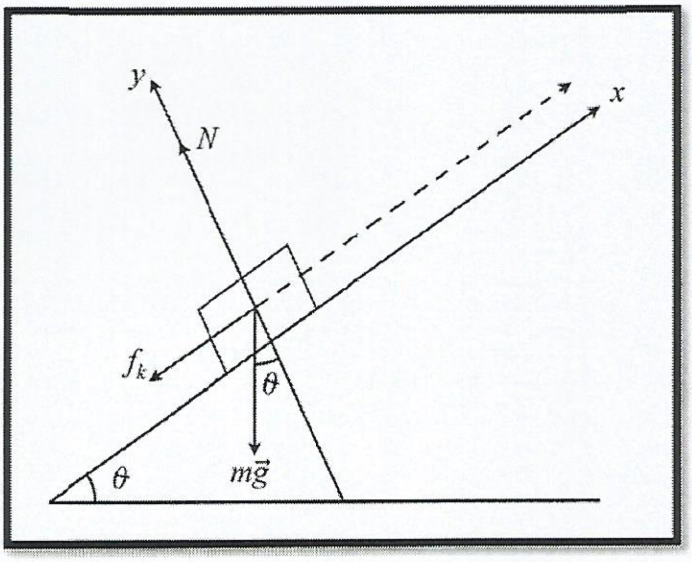


الشكل (١٠- ٤) المسألة الاختيارية (٥- ٤)

٦- ٤ صندوق كتلته (50 kg) دفع مسافة (6 m) بسرعة ثابتة إلى الأعلى على مستوٍ يصنع زاوية ($30°$) مع الأفق، فإذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق وسطح المستوي (0.20) ، أوجد حسابياً:

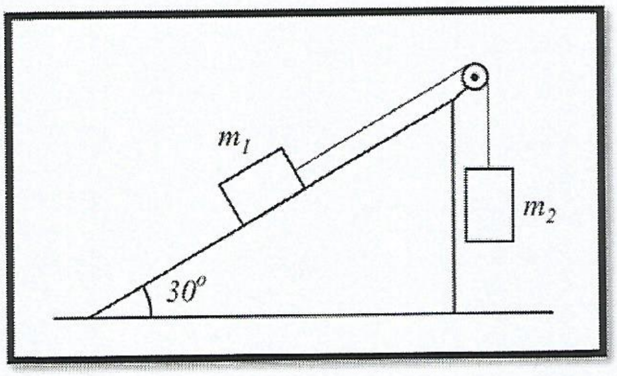
١- مقدار القوة المستخدمة لهذا الغرض.

٢- وزن الصندوق هو الآخر قوة مؤثرة في هذه الحركة، ما هو مقدار الشغل المنجز بواسطة وزن الصندوق؟ انظر الشكل (١١- ٤).



الشكل (١١- ٤)، المسألة الاختيارية (٦- ٤)

٧- ٤ جسم كتلته $(m_1 = 3.7 kg)$ موجود على سطح عديم الاحتكاك يميل على الأفق بزاوية ($30°$) مربوط بجسم أخر كتلته $(m_2 = 2.3 kg)$ معلق بشكل عمودي، انظر الشكل (١٢- ٤).



الشكل (١٢- ٤)، المسألة الاختيارية (٧- ٤)

١- أوجد حسابياً مقدار تسارع كل من الكتلتين (m_1) و(m_2).!

٢- حدد اتجاه تسارع الكتلة (m_2).!

٣- أوجد حسابياً مقدار قوة الشد في الخيط.!

٨- ٤ جسم كتلته (8 kg) يسير بسرعة (2 m / s) بشكل لا يؤثر على حركته أية قوة خارجية. وفي لحظة حدث له انفجار داخلي شطره إلى كتلتين متساويتين، وأدى هذا الانفجار إلى إكساب الكتلتين طاقة حركية إضافية مقدارها (16 J) حيث بقيت كل منهما سائرة على الخط المستقيم الأصلي لبداية الحركة.

١- أوجد حسابياً مقدار سرعة كل من الكتلتين بعد الانفجار!

٢- حدد اتجاه كل من الكتلتين بعد الانفجار!

الخلاصة
Summary

- الشغل: إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها $(\vec{F})$ في جسم وأدت إلى دفعه إزاحة مقدارها $(\vec{s})$ فإن القوة قد بذلت شغلاً على هذا الجسم مقداره:

$$W = \vec{F}.\vec{S}$$

والشغل كمية قياسية ناتجة عن الضرب القياسي لكميتين اتجاهيتين، ويقاس الشغل بالجول، والجول هو الشغل الذي تشغله قوة مقدارها (1 N) تؤثر في جسم تؤدي إلى إزاحته (1 m) باتجاه القوة نفسه.

- الشغل والطاقة الحركية: إن العلاقة بينهما هي:

$$K_f - K_o = W$$

ومضمون هذه العلاقة أنَّ التغيُّر الناشئ في الطاقة الحركية يساوي الشغل المنجز خلال حركة الجسم، حيث تمثل:

الطاقة الحركية النهائية للجسم: $K_f = \frac{1}{2} m v^2$

الطاقة الحركية الابتدائية للجسم: $K_o = \frac{1}{2} m v_o^2$

- الشغل والطاقة الكامنة: إن العلاقة بين كلٍ من الشغل والطاقة الكامنة هي:

$$U_f - U_o = W$$

حيث تمثل:

الطاقة الكامنة النهائية للجسم: $U_f = mgh$

الطاقة الكامنة الابتدائية للجسم: $U_o = mgh_o$

ولا بد من التأكيد هنا على أن كلاً من (h_o) و(h) تمثلان المسافات العمودية عن مستوى سطح الأرض.

- حفظ الطاقة: إن الطاقة الميكانيكية الكلية هي: مجموع الطاقتين الحركية والكامنة للجسم، ونعبِّر عن ذلك بالعلاقة الرياضية:

$$E = K + U$$

وبشكل عام نقول: إنَّ الطاقة محفوظة إذا كان التغير في جميع أشكال الطاقة يساوي صفراً، أي أن:

$\Delta K + \Delta U$ (التغير في جميع أشكال الطاقة) $=0$

أما إذا كان مجموع التغيرات لا يساوي صفراً فإن الطاقة لا تكون محفوظة.

- كمية الزخم الخطي: هي مقدار اتجاهي يتعلق بكل من سرعة الجسم وكتلته ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- حفظ كمية الزخم الخطي: إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على مجموعة من الجسيمات مساوية إلى الصفر فهذا يؤدي بالضرورة إلى أن هذه المجموعة محفوظة، أي أنها تمثل نظاماً مغلقاً ونعبِّر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\sum F_{ext} = 0$$

وتؤدي إلى أن كمية الزخم الخطي مقدار ثابت، ونعبر عن ذلك رياضياً بالعلاقة:

$$\vec{P} = const.$$

$$\Delta P = 0$$

$$P_f - P_o = 0 \Rightarrow P_f = P_o$$

الوحدة الخامسة

قواطع الدائرة الكهربائية

الوحدة الخامسة

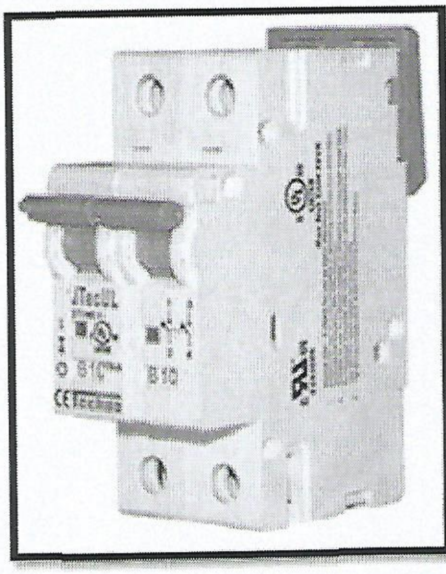
قواطع الدائرة الكهربائية

Circuits Breakers

٥- ١ المقدمة Introduction:

قاطع الدائرة الكهربائية هو: مفتاح أوتوماتيكي يحمي المحركات الكهربائية، والوصلات المنزلية، وخطوط القدرة طويلة المدى، والدوائر الكهربائية الأخرى، من الضرر الناتج عن مرور تيار كهربائي عال جداً. وقد يمر التيار الكهربائي العالي في الدائرة الكهربائية، إما نتيجة عطب في الدائرة، أو نتيجة عامل خارجي إضافي مثل البرق.

ويصمم كل قاطع دائرة، بحيث يسمح بمرور حد أقصى من التيار الكهربائي. وإذا زاد التيار الكهربائي عن هذا الحد، فإن الآلية الأوتوماتيكية داخل قاطع الدائرة، تقوم بفتح مجموعة التلامس (المفاتيح) وتوقف التيار. وتتضمن الآليات المستخدمة في فتح مجموعة التلامس، المغانط الكهربائية والنبائط الحساسة للحرارة، انظر الشكل (٥- ١)



شكل(٥- ١)قاطع كهربائي أوتوماتيكي

حين فتح المفتاح، يقفز قوس كهربائي عبر التلامسات المفتوحة. وتستمر الكهرباء في المرور من خلال هذا القوس حتى ينطفئ. أما بالنسبة لقاطع الدائرة الزيتية، فإن المفتاح يغطس في زيت فيطفئ القوس الكهربائي. وبالنسبة لقاطع الدائرة الهوائي الدفع، يتم إطفاء القوس بنفخ هواء مضغوط. أما بالنسبة لقاطع الدائرة بكتم القوس مغنطيسيًا، فإن ذلك يتم عن طريق انحراف الحقل المغنطيسي وكسر القوس.

ويساعد قاطع الدائرة المسمى قاطع الدائرة المتسرِّب الأرضي، في منع الصدمات الكهربائية. وتحدث معظم الصدمات الكهربائية، نتيجة لاستخدام الناس لتوصيلات أو معدات معينة، حيث تكون الأجزاء الفلزية المكشوفة متصلة بالكهرباء. وينتج عن لمس الفلز المكشوف مرور تيار كهربائي خلال جسم الشخص، ثم إلى الأرض. ويمكن لقاطع الدائرة المتسرب الأرضي، تحديد هذا التيار المتسرب أرضيًا، ويغلق بطريقة أوتوماتيكية التيار الواصل إلى التوصيلة المعيبة. وقاطع الدائرة المتسرب الأرضي، جهاز حساس صُمم للعمل مع تيارات تكون من الضعف لدرجة لا تستطيع حينها تنشيط قاطع الدائرة العادي.

وتكون بعض قواطع الدوائر صغيرة في الحجم، مثل مفتاح الإضاءة العادي، ولكن بعضها الآخر يكون كبيرًا، في حجم المنزل الصغير ذي الطابقين. ويستطيع قاطع الدائرة الكبير أن يقطع تيارات تصل إلى ١٠٠,٠٠٠ أمبير عند ٣٤٥,٠٠٠ فولت، ويمكن للقواطع أيضًا أن تفتح الدائرة في أقل من جزء واحد من ثلاثين جزءًا من الثانية، وتغلقها مرة أخرى في أقل من ثلث جزء من الثانية.

٥- ٢ القواطع الكهربائية Switchgear:

و يعرف القاطع Circuit breaker بأنه أداة فصل ووصل للدائرة الكهربائية، يقع بين المصدر الكهربائي Source وبين الأحمال Loads المغذاة من هذا المصدر. وتتحرك الأجزاء الميكانيكية فيه إما يدويًا Manual أو كهربائيًا Electrical لتعمل بدورها على فصل التيار الكهربائي عن مركز الأحمال مهما كانت سواء أمحركات أو دوائر إضاءة أو تغذية لوحات كهربائية أو دوائر مراقبة و تحكم، إلى ما هنالك.

ويمكن تشغيل القاطع يدويًا أو كهربائيًا أو ذاتيًا بأشكال وطرق وتوصيلات مختلفة، وقد يكون مزودا بعناصر حماية الدوائر الكهربائية مثل القواطع والمرحلات Fuses Or

Relays الكافية لحماية تلك الدائرة المستخدم فيها، وتكون وظيفته إيصال التيار الكهربائي إلى الدارة الكهربائية حينما يراد إيصاله، ويقوم بفصل التيار الكهربائي حينما يراد فصله.

أما الفصل الذاتي Automatic فيقوم به القاطع في حالة حدوث دائرة قصر short circuit أو خطأ Fault ،أو زيادة الحمل، أو التيار، أو في حالة هبوط الجهد أو زيادته، إلى غير ذلك من إشارات يتلقاها من الأنواع المختلفة من المرحلات Relays.

٥- ٣ أجزاء القاطع الكهربائي:

٥- ٣- ١ الملامس المتحرك:

ويكون من مادة جيدة التوصيل للكهرباء ووظيفته (مع الملامس الثابت) الوصل المباشر بين أطراف المصدر الكهربائي وأطراف دائرة الحمل . وفي بعض القواطع خاصة ذات القدرات الكهربائية العالية تكون الملامسات المتحركة وكذلك الملامسات الثابتة ذات جزأين حيث يكون الجزء الثاني مضافاً لوقاية الملامسات الرئيسية من آثار الشرر الكهربائي الذي يحصل حين الوصل و الفصل، وتسمى الملامسات الأولى بالملامسات الرئيسية Main contac ، ويسمى الجزء الثاني من الملامس بملامسات امتصاص الشرر Arcing contact ،ويتحكم الجزء الميكانيكي بحركة الملامس المتحرك حيث يقوم بوصله أو فصله عن الملامس الثابت حين نقوم بوصل أو فصل التيار الكهربائي للجزء الكهربائي.

٥- ٣- ٢ الملامس الثابت:

ويكون من مادة جيدة التوصيل للكهرباء ووظيفته مشتركة مع الملامس المتحرك، توجد هنالك ملامسات امتصاص شرر ثابتة تقابل ملامسات امتصاص الشرر المتحركة.

٥- ٣- ٣ الجزء الميكانيكي:

ويتحكم بحركة الملامس المتحرك ،حيث يقوم بوصله أو فصله بالملامس الثابت بعد أن

يأخذ أمرًا بذلك من الجزء الكهربائي، ويأخذ الجزء الميكانيكي أشكالاً وتركيبات وخواص تختلف باختلاف نوع القاطع و استخداماته وصناعته.

ومن أشكال الجزء الميكانيكي:

١- أن يكون تركيبًا ميكانيكيًا سهلاً لنابض ،حيث يتم شحن النابض بالبداية حين عملية الوصل وتفريغه حين عملية الفصل، وهذا النوع شائع الاستعمال في القواطع السهلة التركيب المستخدمة في دوائر كهربائية ذات تيارات مختلفة. وهذا النوع لا يمكن تشغيله أوتوماتيكيًا إلا بإضافات خاصة.

٢- أن يكون قلبًا حديديًا لملف مغناطيسي ذي تركيب ميكانيكي خاص:

حيث تتم عملية الوصل للقاطع بإيصال التيار الكهربائي للملف المغناطيسي حيث يتمغنط القلب المشدود بزنبرك بقوة أكبر من قوة شد النابض ، ومن ثم يشحن النابض الذي يستفاد من طاقة شحنه في عملية الفصل،و القلب بدوره يسحب معه الجزء الميكانيكي فتتم عملية الوصل ، وحينما نقوم بفصل التيار الكهربائي عن الملف تزول المغنطة، فتقوم طاقة الشحن المخزونة في النابض بإرجاع النابض إلى وضعه الأصلي وبذلك تتم عملية الفصل.
وهذا النوع من القواطع شائع الاستعمال في دوائر التحكم (Control) التي تتعامل مع مصادر الجهود و التيارات المنخفضة و المتوسطة نسبيًا، وهذه يمكن تشغيله أوتوماتيكيًا.

٣- أن يكون آلة تشغيل ذات تركيب خاص، وخواص معينة تناسب نوع الاستخدام، حيث يمكن الاستفادة من طاقة شحن نوابض خاصة بعملية الفصل أو الوصل ، ويتم الشحن إما يدويًا(بتحريك جزء ميكانيكي معين) ،أو كهربائيًا (بواسطة محرك كهربائي). وتتم عملية التشغيل أيضًا إما يدويًا(التحكم بحركة مزلاج مثلا) أو كهربائيًا (استغلال الأثر المغناطيسي في التأثير على حركة المزلاج)مثلاً. واستعمالات هذا النوع شائعة في قواطع الدوائر الكهربائية ذات الجهود العالية أو ذات التيارات العالية أو كلاهما. وهناك إمكانية تشغيل هذا النوع ذاتيًا بالتحكم الكهربائي ، وكذلك يمكن التحكم به عن بعد (Remote control)

٥- ٣- ٤ الجزء الكهربائي :

وهذا الجزء موجود فقط في القواطع التي يمكن تشغيلها كهربائيًا ،وكما ذكر سابقًا، فإن وظيفة الجزء الكهربائي، إما أن تكون لإعطاء أوامر الفصل و الوصل للجزء الميكانيكي، وإما لشحن النابضات، ويكون الجزء الكهربائي، إما محركًا كهربائيًا Motor ، وإما أن يكون ملفًا مغناطيسيًا يتحكم بالجزء الميكانيكي بشكل مباشر أو غير مباشر.

٥- ٣- ٥ العازل بين الأقطاب:

وهذا الجزء تزداد أهميته كلما كان التعامل مع مصادر جهود وتيارات أعلى، إذ يعمل هذا الجزء بمثابة حاجز يمنع التماس بين الأقطاب، ومن ثم يمنع حدوث دوائر القصر Short circuitبينها . والسبب الرئيس لحدوث التماس بين الأقطاب هو الشرر الكهربائي الذي يحصل لحظة الفصل و الوصل .ونجد أن العازل في القواطع الصغيرة السعة هو : نوع خاص من الزيوت العازلة ،وفي بعض الأنواع يكون هذا العازل غازًا خاملاً ضمن غرف مفرغة من الهواء ، وهناك العازل المحيط الذي تكون وظيفته عزل الأقطاب عن الأرض أو الجسم الذي تركب عليه، وهو مهم جدًا كعازل الأقطاب .

الشرر الكهربائي في القاطع الكهربائي:

تتعرض ملامسات القاطع حين لحظة الوصل لمرور تيار كهربائي عالٍ نسبيًا يسمى (starting current)أو (Inrush current) تعتمد قيمته على الجهد المطبق في الدائرة وعلى محصلة مقاومات الحمل. و هذا التيار اللحظي يكون أضعاف قيمة تيار تشغيل الحمل لذا فإن الحمايات الموجودة يجب أن لا تفصل القاطع حين مرور هذا التيار اللحظي ويجب أن يضبط الإعداد الأولي (Setting)لها ليعطي وقت ترحيل (Delay time) معين .
ولهذا يجب أن تكون ملامسات القاطع ذات درجة تحمل مناسبة لتحمل ذلك التيار.
وتحدث الشرارة الكهربائية على ملامسات كل قطب حين لحظة تماسها كذلك حين لحظة ابتعادها ، وسبب حدوث هذه الشرارة هو تأين الهواء (كسر عازليته) الموجود ضمن مسافة معينة و في لحظة معينة بين الملامس المتحرك والملامس الثابت بسبب فرق الجهد الموجود

بينهما، وتزداد هذه الشرارة كلما ازداد الفرق، وكذلك كلما ازداد تشبع الهواء بالرطوبة و الغبار.

خطورة الشرر في القواطع الكهربائية:

يعد الشرر الحاصل في القواطع الكهربائية خطرًا للأسباب الآتية:

١- لأنه يسبب صهرًا أو رفعًا في درجة حرارة الملامسات، ومن ثم إتلافها، ويزداد تأثير ذلك كلما ازداد ت كمية الشرارة.

٢- قد تسبب انحرافًا تدريجيًا في العازل الموجود بين الأقطاب إذا كان من النوع الصلب، ومن ثم إتلافه، وتوصيل الأقطاب ببعضها بواسطة الكربون المتكون نتيجة الاحتراق مما يؤدي إلى حدوث (Short circuit)بين الأقطاب.

وقد تم تصنيف القواطع الكهربائية (Circuit breakers) بناء على طريقة إخماد الشرارة الكهربائية.

٥- ٤ قواطع الحد الأدنى الزيتية Minimum oil circuit breaker

ويستخدم هذا النوع من القواطع عند جهد مقداره KV 132،حيث تكون الفازات الثلاثة مفصولة عن بعضها البعض ، ويستخدم لكل منها حجرة مملوءة بالزيت لإخماد القوس الكهربائي ،حيث يتم تنفيس الأبخرة التي تولدت نتيجة تحلل الزيت في منطقة الشرارة أثناء حركة الملامس المتحرك من القاطع، وتقوم هذه الأبخرة بتوجيه كمية من الزيت كامل العزل الموجود في الحجرة لإخماد الشرارة والذي يتم فتحه وإغلاقه بواسطة قوة شد النابض.

٥- ٥ قاطع الدائرة الغازي من النوع: Circuit Breaker (SF6)

تستخدم هذه القواطع في الوحدة السابعة بشكل استثنائي لنفس مقدار الجهد KV 132 ،أما الغاز المستخدم فيها فهو غاز خامل وكثافته أكبر من كثافة الهواء بخمس مرات

ومتانــــته الكهربائية تزداد بزيادة الضغط ،ونتيجة لارتفاع ثمن هذا الغاز فـــإنه من الممكن الحصول على خليط ذي متانة جيدة بواسطة خلطه بالهواء.

وتبرز أهمية هذا الغاز في إخماد القوس الكـــهربائي بصفته الكهرو سلبية (Electronegative gas) حيث أنه يميل إلى كسب إلكترونات، وحينما يتـــحرك الملامس المتحرك فإن الغاز سوف يندفع إلى حجرة الإخماد عاملاً على كسب إلكترونات مشكلاً أيونات سالبة غير متحركة نسبيًا مما يسهل إطفاءه.

٥- ٦ قاطع الدائرة ذو الكتلة الزيتية Bulk oil circuit breaker

وهو النوع المستخدم عند مستوى الجهد ، وهي موزعة في المحطة على النحو الآتي:

أ) على الأطراف الثانوية لمحولات الربط الأربعة. (Interbus transformers (KV33/132

ب) على الأطراف الثانوية لمحولات الغازية الأولى و الثانية.KV 33/10

ج) على الأطراف الابتدائية لمحولات الخدمة. KV3.3/33

د) على الخطوط المزودة لشركة الكهرباء (JEPCO) .

حين فصل الملامـــسات وحدوث القوس ، فإن الزيـت يتبخر، ويتحلل إلى غاز بنسـبة (٥٠٪) من الحجم ، وتكون كمية الزيت المتحللة قليلة ،إلا أن حجم الغاز المتكون كبير.

٥- ٧ قاطع الدائرة المفرغ من الهواء Vacuum circuit breaker :

وهو النوع المستخدم في بعض المحطات الحرارية عند مستوى الجهد 3. 3 KV للوحـدات اليابانية الصنع ،من الوحدة الرابعة حتى الوحدة السابعة.

إن آلية إخماد الشرارة في هذا النوع من القواطع الكهربائية (Circuit breaker) تقوم على مبدأ تفريغ غرفة الملامسات (Contacts) لمنع حـدوث تأين الهواء الذي يساعد على حـــدوث القوس. وتكون عملية الفتح والإغلاق بواسطة قوة شد النابض.

٥- ٨ البطاريات (Batteries):

تعرف البطارية على أنها الآلية العملية الوحيدة القادرة على اختزان القدرة الكهربائية ، وذلك

على شكل قدرة (طاقة) كيميائية يتم تحويلها إلى طاقة كهربائية.
وتتكون البطارية من:

السائل المتحلل الكهربائي Ele)الألواح؛(solution : وهو الوسط الناقل كهربائيًا و الموجود في البطارية ، وهو : محلول حمض الكبريتيك في الماء ($H2SO4$)في البطاريات الحمضية ، و ماء البوتاسيوم في الماء (KOH)في البطاريات القلوية ،ويستخدم في البطاريات بكثافة معينة و محددة، ويتم شحن البطارية بتحويل الطاقة الكهربائية إلى كيميائية بتغذية طرفيها بتيار مستمر.(DC) كل بطارية تحتوي على نوعين من الألواح ؛السالبة والموجبة.

استخدامات البطاريات الأساسية في المحطة:

١- **الحماية (Protection):**سواء في القواطع الكهربائية (Circuit Breaker) أو المرحلات.(Relays).

٢- **دوائر التحكم** :(Control circuit)حيث إن جميع الإشارات التي تستخدم في تحويل الإشارات الحرارية والميكانيكية والهوائية، وغيرها تحول إلى إشارات الجهد المستمرDC .voltage بالإضافة إلى أنظمة التحكم (P, I, D) كلها تعمل على الجهد المستمر.(DC voltage) .

٣- **حالات الطوارئ** :الإنارة تستعمل الجهد الكهربائي للبطاريات لعدة ساعات في حالة .(Black out)

٤- لتشغيل مضخة الزيت الخاصة بالرمانات (Bearings) في حالة بدء التشغيل خوفاً من تكسرها بسبب قوة اندفاع البخار (Steam) وما يسببه من احتكاك.

الاختبار الذاتي

Self test exam

ما الفرق بين أنواع القواطع الكهربائية : الغازي و الزيتي و المفرغ من الهواء ؟

أسئلة الوحدة الخامسة

Unit Four Questions

س ١ :عدد فقط ثلاثة من أنواع القواطع الكهربائية !

س ٢ :اذكر فقط أجزاء القاطع الكهربائي!

س٣:ما الفائدة العملية من الناحية التقنية من استخدام القواطع في الدائرة الكهربائية؟ بين ذلك بشيء من الايجاز!

س٤ :عرف البطارية الكهربائية!

س٥ :عدد المكونات الأساسية للبطارية الكهربائية!

س٦ : ما الغاية التقنية من استخدام البطاريات الأساسية في المحطة؟ وضح اجابتك بإيجاز!

إجابة الاختبار الذاتي

إن الفرق الرئيس بين القواطع التي وردت في السؤال هو في نوع المادة العازلة المستخدمة لإطفاء الشرارة الكهربية اثناء فصل نقاط التلامس الرئيسية للقاطع.

١- **القاطع المفرغ من الهواء** Vacuum Circuit Breaker

في هذا النوع من القواطع الكهربائية يتم تفريغ غرفة إطفاء الشرارة من الهواء إلى درجة عالية جدًا بحيث يصل الضغط الجوي بداخلها إلى المقدار (10^{-9}Torr) من الضغط الجوي. و هذا ما يجعل الصيانة الداخلية للملامسات الرئيسية للقاطع عملاً غير ممكنٍ تقنيًا و هو من عيوب هذا النوع من القواطع.

وفي حال إجراء الاختبارات على هذا النوع من القواطع ، وذلك بقياس المقاومة الداخلية للملامسات، والتأكد من تغير مقدارها ، يتم استبدال غرفة إطفاء الشرارة استبدالاً كاملاً ، مما يزيد من تكاليف الصيانة. ومن المناسب ذكره أن هذا النوع من القواطع يستخدم مع الجهود التي من الممكن أن يصل مقدارها الى ٣٦ كيلو فولت.

٢- **القاطع الزيتي**Oil Circuit Breaker

يعد هذا النوع من أقدم أنواع القواطع الكهربائية ، و لا زال يستخدم حتى الآن، و تكون غرفة إطفاء الشرارة مليئةً بزيت عازل يساعد على إطفاء الشرارة بين الملامسات الرئيسية و لكن يجب ملاحظة أنه يجب عمل اختبارات دورية للزيت بعد عدة عمليات فصل للقصر و يتم تغييره إذا لزم الأمر، و يستخدم في الجهود المنخفضة و المتوسطة ، و من عيوبه أن حجمه كبير جدًا في حالة استخدامه في الجهد العالي.

٣- **القاطع الغازي من النوع SF6 Circuit Breaker**

لقد أخذ هذا النوع من القواطع فى الانتشار فى الآونة الأخيرة لما له من مزايا كثيرة و متعددة ،و يستخدم فى جميع مستويات الجهود المختلفة حتى ١١٠٠ كيلو فولت.

و فى هذا النوع من القواطع الكهربائية يتم استخدام غاز سادس فلوريد الكبريت SF6 كوسط عازل داخل غرفة إطفاء الشرارة.

المراجع

اسم المرجع	المؤلف
الفيزياء الأساسية- العبيكان ردمك978-603-503-187-7	الدكتور مروان بن أحمد الفهاد الطبعة الثالثة١٤٣٣هـ
"Fundamentals of physics"	Halliday. Resniek. Walker. Ninth Edition K John Willey & sons.2001.
الفيزياء العامة دار الخريجي للنشر والتوزيع رمك9960-659-39-9	الدكتور محمدآل عيسى (ومجموعة)
الكهربية والمغناطيسية ردمك 9960-37-260-x	الدكتور محمد آل عيسى
الفيزياء للمعاهد الصناعية	أ- عادل عبدالرحمن حفظي
الفيزياء التجريبية للسنوات الأولى الجامعية	مجموعة من المدرسين جامعة الملك سعود
الفيزياء التجريبية والمختبر	د.محمد عبد المقصود الجمال
الطبيعة العملية ج ١، ج ٢	د.محي الدين قناوي- د.ابراهيم محمد عبد الوهاب
Practical physics(SI)	E.Armitage
Physics Laboratory Experiments	Philip Dilavore